

Modélisation Numérique des Profils Radiaux de la Vitesse

HAMDOUN Sanaa, SAMRI Hassan, BAHRAR Bennasser

Equipe de Mécanique, Energétique & Environnement, ENSET de Mohammedia, Université Hassan II, Casablanca

hamdoun.sanaa@gmail.com

Résumé- Cette étude concerne la modélisation numérique de la contrainte de cisaillement dans l'écoulement laminaire transitoire en conduite. Elle est basée sur le développement des profils de la vitesse instantanée de l'écoulement en série polynomiale de deux variables temps et composante radiale à travers la section de la conduite. Le système d'équations aux dérivées partielles est obtenu à partir de l'équation de conservation de la masse et du théorème de la quantité de mouvement et est résolue en utilisant la méthode des caractéristiques. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux donnés par Hombloe et Rouleau [1], dans le cas d'écoulement laminaire d'un fluide Newtonien.

Mots-clés- contrainte de cisaillement transitoire, écoulement laminaire Newtonien, profils de vitesse, développement polynomial, méthode des caractéristiques.

I. INTRODUCTION

En écoulement transitoire en conduite, la partie essentielle de la dissipation d'énergie provient de la perte de pression due au frottement du fluide sur la paroi, Streeter et Wylie 1978 [2]. Les écarts relatifs à la dissipation de l'énergie sont introduits par une différence de profil de vitesse, la turbulence et la transition du régime laminaire à un écoulement turbulent et vice versa. Il existe un grand nombre de modèles qui sont proposés dans la littérature. Nous pouvons, principalement, citer les travaux de (Zielke 1968 Trikha 1975; Arlt 1983; Kagawa et al 1983; Brown 1984; Yigang et Jing-Chao 1989; Suzuki et al 1991; Vardy 1992; Schohl 1993; Vardy et al. 1993. Ce travail est essentiellement consacré à l'élaboration d'un modèle semi analytique qui combine une méthode de développement en série polynomial du profil de vitesse instantanée et de

la méthode des caractéristiques pour modéliser la contrainte pariétale transitoire liée à la dissipation de l'énergie par frottement visqueux. Les équations différentielles obtenues sont de type hyperbolique et la méthode de résolution s'adapte parfaitement à la méthode des caractéristiques.

II. RELATIONS DE BASE

II-1 HYPOTHESES :

Et sans masse. On suppose, par ailleurs, que les gradients longitudinaux de vitesses sont très faibles. Cette étude est menée dans l'hypothèse d'écoulement axisymétrique, non stationnaire d'un fluide Newtonien compressible et isentropique en conduite élastique, cylindrique de rapport rayon/ longueur assez faible pour que les lignes de courant des particules soient rectilignes et l'écoulement unidimensionnel. La déformation de la paroi de conduite est de faible amplitude. Les termes d'inerties sont négligeables. La conduite est modélisée par une juxtaposition d'anneaux indépendants faibles devant les gradients transversaux.

II-2 MISE EN EQUATION:

Les relations de base permettant de définir l'écoulement de fluide sont :

- Relation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

- Equation de la quantité de mouvement

$$\rho \frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_x}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

La relation (3) montre que la pression est pratiquement constante dans chaque section de la conduite et est égale à sa valeur moyenne sur la section.

En introduisant la vitesse moyenne :

$$V = \int_A v_x dA / \int_A dA = \int_0^R v_x r dr / \int_0^R r dr = 2 \int_0^1 v_x \bar{r} d\bar{r}$$

Et la pression moyenne :

$$P = \int_A p dA / \int_A dA = \int_0^R p r dr / \int_0^R r dr = 2 \int_0^1 p \bar{r} d\bar{r}$$

Où nous avons noté par \bar{r} , la variable réduite, $\bar{r} = r/R$

L'intégration des équations (1) et (2) sur une section de la conduite permet d'obtenir le système suivant :

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = -4 \frac{\tau_p}{D} \quad (5)$$

P : la pression motrice du fluide, $P = p + \rho g z$

La contrainte pariétale dépend des profils de vitesses.

La technique consiste à modéliser le profil de vitesse dans chaque section de la conduite et à chaque instant par une expression polynomiale de

la variable adimensionnelle $\bar{r} = r/R$ de la forme :

$$v_x(x, \bar{r}, t) = \sum_{j \in J} a_j(x, t) (1 - \bar{r}^j) \quad (6)$$

Où la sommation s'étend à un ensemble d'entiers arbitraires j de valeurs supérieures ou égales à deux.

Pour la détermination des coefficients a_j nous introduisons les vitesses moyennes pondérées V_i telles que :

$$V_i(x, t) = \int_A v_x(x, r, t) r^i dr / \int_A r^i dA$$

Pour $i = 0, 1, \dots, \dim(J) - 1$, on obtient pour les expressions des coefficients a_j :

$$a_j = \sum_{i=0}^{\dim(J)-1} G_{ij}^{-1} V_i \quad (7)$$

III. Conditions initiales et aux limites

Les conditions aux limites sont en plus de la pression exercée par le réservoir sur l'extrémité amont, la fermeture instantanée de la vanne en aval

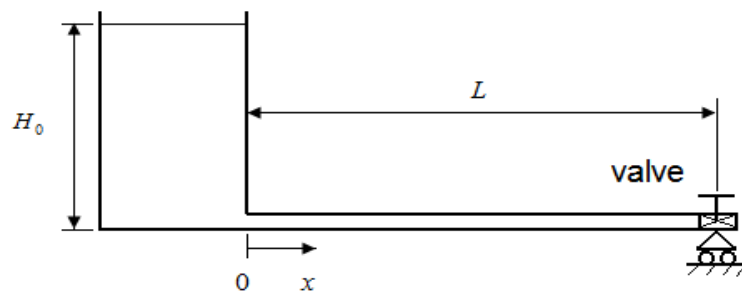


Fig 1 - Système réservoir - conduite- vanne

Pour illustrer les résultats et valider notre modèle, nous considérons les paramètres correspondant à l'expérience faite par Hombloe et Rouleau selon la figure ci-dessus dans lesquels :

1. Longueur de la conduite $L = 36\text{m}$
2. Rayon de la Conduite $R = 0.0127\text{m}$
3. Viscosité cinématique
 $\nu = 3.96 \times 10^{-5} \text{m}^2 / \text{s} \quad (\text{à } 27^\circ\text{C})$
4. Célérité de coup de bélier $a = 1324.4\text{m/s}$
5. La vitesse d'écoulement en régime permanent avant la fermeture de la vanne,
 $V_0 = 0.128\text{m/s}$
6. Nombre de Reynolds $Re = 82.1$
7. La hauteur de fluide dans le réservoir, supposée constante, $H_0(m)$.

Les figures 2 et 3 correspondent à la variation en fonction du temps, de la Contrainte de cisaillement et du profil de vitesse au milieu de la conduite.

Chaque figure correspond à la superposition des résultats pour les différentes approximations polynomiales des profils de vitesse.

Ces résultats sont confrontés à ceux trouvés par Hombloe et al. Et sont en parfaite concordance. On constate que, par rapport au modèle quasi stationnaire, la prise en compte de la variation des profils de vitesse introduit une correction appréciable. Cependant, on constate que l'augmentation du degré du polynôme n'a pas, pratiquement d'influence.

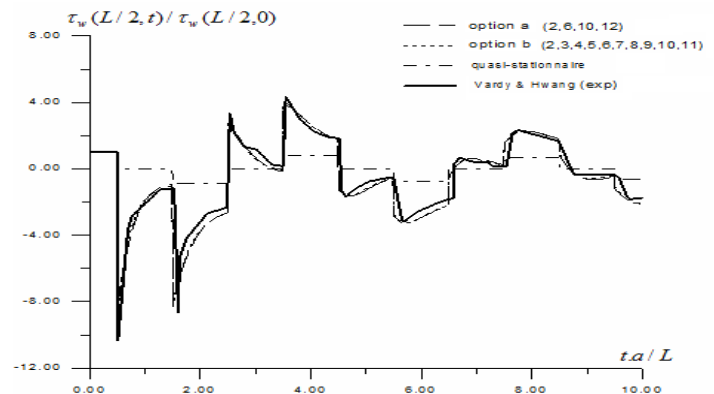


Fig 2 - Evolution de la contrainte pariétale au milieu de la conduite

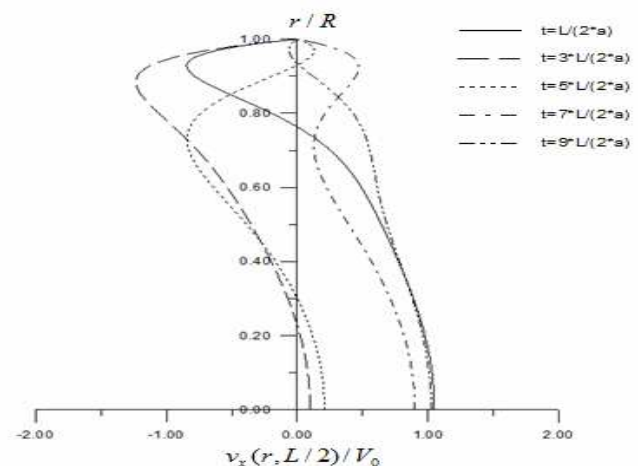


Fig3 - Evolution des profils de vitesse

V. Conclusion

Cette étude montre que, par rapport au modèle d'écoulement quasi-stationnaire, la prise en compte du caractère instationnaire des profils de vitesse, a l'avantage d'apporter une correction importante à l'évaluation de la contrainte transitoire dans les écoulements laminaires et transitoires en conduites. Ce modèle a l'avantage d'être moins prohibitif et d'exiger peu de calcul donc d'espace mémoire pour donner une meilleure représentation de la contrainte pariétale. Du point de vue pratique, ce code peut

facilement être utilisé dans les codes existants
pour calculer les écoulements laminaires
transitoires en conduites.

VI. Références

- [1] E. L. Holmboe, W. T. Rouleau, The effect of viscous shear on transient in liquide lines, Journal of Basic Engineering ASME, 89 (1967), 140 - 148.
- [2] V. L. Streeter, E. B. Wylie, Fluid Transients, McGraw-Hill, New York, USA, 1978.
- [3] E. B. Wylie, Advances in the use of MOC in the unsteady flow, Proc. 4th Int. Con/. On Pressure Surges, BHRA, Bath, England, (1983), 27 – 36.
- [4] W. Zielke, Frequency-dependent friction in transient pipe flow, Journal of Basic Engineering, ASME, 90 (1968), 109 – 115. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3605049>
- [5] A. K. Trikha, An efficient method for simulating frequency-dependent friction in transient liquid flow, Journal of Fluids Engineering, ASME, 97 (1975), 97 – 105.
- [6] F. T. Brown, On weighting functions for the simulation of unsteady turbulent Flow, Forum on Unsteady Flow, ASME, New Orleans, USA, FED, 15 (1984), 26 - 28.
- [7] S. Jing-Chao, C. Yigang, An efficient approximate expression for transient flow of high viscous fluid in hydraulic pipelines, Proc. 6th Int. Con/. on Pressure Surges, BHRA, Cranfield, England, (1989), 349 – 356.
- [8] S. Sato, K. Suzuki, and T. Taketomi, Improving Zielke's method of simulating frequency-dependent friction in laminar liquid pipe flow, Journal of Fluids Engineering, ASME, 113 (1991), 569 – 573. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2926516>
- [9] K. L. Hwang, A. E. Vardy, A characteristics model of transient friction in pipes, Journal of Hydraulic Research, IAHR, 29 (1991), 669-684. <http://dx.doi.org/10.1080/00221689109498983>
- [10] B. Brunone, U. M. Golia, and M. Greco, Some remarks on the momentum equation for fast transients, Int. Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation. 9th Round Table, IAHR, Valencia, Spain, (1991), 140 – 148.
- [11] VARDY, A.E., HWANG, K.L., and BROWN, J.M.B(1993). A weighting function model of transient turbulent pipe flow. Journal of hydraulic research, IAHR 31(4), 533-548.
- [12] Prado R.A. & Larreteguy Axel E. (2002) « A transient shear stress model for the analysis of laminar water-hammer problems », Journal of Hydraulic Research, Vol. 40, No.1, pp. 45-53.
- [13] H. Samri (2015), Modélisation Numérique des Profils Radiaux de la Vitesse Axiale et de la Contrainte pariétale dans les Ecoulements Laminaires Transitoires en Conduites. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences, Rabat.