

Quelles vitesses d'ajustement pour quels niveaux d'équilibre pour le taux d'intérêt interbancaire marocain ?

Estimation et comparaison d'un modèle à réversion quadratique

De :

Moustapha HAMZAoui

Professeur à la FSJES, Université Abdelmalek Essaâdi de Tanger, Equipe de Recherche : Economie Finance et Développement (EFD).

&

Issam BOUSALAM

Chercheur en Sciences Economiques à l'Université Abdelmalek Essaâdi de Tanger- Maroc.

Résumé :

Cet article a pour objet d'estimer les paramètres du modèle de retour à la moyenne (SWING à tendance aléatoire) appliqué au taux moyen pondéré interbancaire marocain et ses équivalents pour d'autres pays de comparaison (USA, Italie, Turquie et la Grèce). Nous cherchons à vérifier si les deux vitesses d'ajustement du processus vers l'équilibre sont différentes l'une de l'autre ou pas, et par la même occasion, déterminer les intervalles d'équilibres pour chacun des taux d'intérêt traités. Les résultats montrent que les deux vitesses de retour à l'équilibre (ascendante et descendante) pour tous les taux étudiés sont statistiquement différentes l'une de l'autre et il existe plusieurs intervalles d'équilibre dépendamment de celles-ci. Les résultats de la comparaison soulèvent également les différences structurelles des marchés de taux en comparaison et les comportements des acteurs y intervenant.

Abstract:

This paper aims to estimate the parameters of a quadratic mean reversion model (SWING process) for the weighted-average Moroccan interbank rate and its counterparts for the compared countries (USA, Italy, Turkey and Greece). We seek to verify whether the mean reversion speeds are different or not from each other and, additionally, determinate the equilibrium intervals for each interest rate. The estimation results show that the mean reversion speeds (ascendant and descendant) are statistically different and, furthermore, there exist many equilibrium intervals depending on each mean reversion speed. The comparison of the results emerged the existing differences on the interest rates markets related to the behavior of these latter and that of the economic actors.

Mots clés :

Processus SWING, Taux d'intérêt interbancaire marocain, LIBOR, EURIBOR, Méthode des moments généralisée (GMM).

Keywords:

Swing process, Moroccan interbank interest rate, LIBOR, EURIBOR, generalized method of moments

Introduction

Le taux interbancaire est le taux avec lequel les banques s'échangent les fonds entre elles, autrement, c'est le taux de rémunération des prêts et des emprunts sur le marché interbancaire. Et c'est sur ce marché monétaire que se négocient les produits des taux d'intérêts. Par conséquent, le taux interbancaire connaît des fluctuations fréquentes de plusieurs points basis dépendamment de la maturité de chaque taux, allant d'une journée (24 heures) jusqu'à douze mois selon l'offre et la demande.

Le taux moyen pondéré interbancaire marocain (TMP interbancaire) influence fortement le niveau des taux de crédits distribués par les banques, il constitue la référence des taux variables¹ des crédits immobiliers. Et de ce fait, il serait opportun d'étudier ses facteurs d'influence, mais plus pratiquement les caractéristiques de son processus stochastique qui caractérise son évolution.

Les recherches menées jusqu'à présent au Maroc sur le TMP interbancaire d'un côté purement stochastique restent insuffisantes et très rares. Cela nous a amené à entamer cette grandeur macroéconomique de façon plus large et détaillée, en même temps, nécessaire et complémentaire à ce qui a été déjà fait relativement à ce sujet.

Dans le présent papier, nous présentons une estimation des paramètres du modèle stochastique Swing à tendance aléatoire (Hamzaoui, 2000), appliqué au TMP interbancaire marocain pour une période de 12 ans (septembre 2001 à Mars 2014). Pour ce faire, nous utilisons la méthode GMM (Hansen, 1982) qui offre plusieurs avantages par rapport aux autres méthodes d'estimation.

La première section de cet article présentera les résultats de l'estimation des paramètres du modèle pour le cas du Maroc. La deuxième section suivra la même démarche que celle de la première section pour le cas marocain et se consacrera à la comparaison des résultats pour les trois pays de comparaison (Les Etats Unis, l'Italie et la Turquie).

Méthodes et matériels

Nous partons de l'idée selon laquelle l'évolution du taux d'intérêt moyen pondéré interbancaire marocain (TMP) suit un processus stochastique décrit par l'équation suivante² :

$$dr = [v_1(\mu_1 - r)r + v_2(\mu_2 - r)(1 - r)].dt + \sigma\sqrt{r(1 - r)} .dW_t \quad (1.1)$$

r étant le TMP interbancaire, θ_1 et θ_2 les bornes de l'intervalle d'équilibre, v_1 et v_2 sont les vitesses de retour aux valeurs d'équilibre (vitesses d'ajustement), dW_t le différentiel d'un mouvement brownien suivant une loi normale $N(0 ; \sigma^2)$.

Il s'agit là d'un processus de retour à la moyenne (*reversion process*). ces processus sont très connus en finance et sont souvent utilisés pour modéliser l'évolution des taux d'intérêts, des taux de change et des prix de commodités³.

¹ Voir arrêté du ministère de l'Economie et des Finances n° 947-10 du 17 mars 2010 relatif à l'indexation des taux variables au taux interbancaire au lieu de celui des bons de trésor.

² M. Hamzaoui. Chapitre 8. "Estimating changes in the interest rate by the QIR model". 2000.

³ Claudio Pacati. "Lectures on Financial Engineering: Generating Sample Path". Département d'Economie, Université de Siena. 2013.

Parmi les premiers modèles mathématiques modélisant l'évolution des taux d'intérêt figure celui de Vasicek (1977) qui est un processus à reversion unifactoriel. Autrement, les mouvements du taux d'intérêt sont influencés par une seule source de risque sur le marché. Le modèle de Vasicek et ceux qui sont venus par la suite Cox-Ingersoll-Ross (1985), Ho-Lee (1986), Hull-White (1990), Chen (1996)... décrivent le taux d'intérêt comme étant une variable qui *oscille* autour d'une valeur à long terme (taux moyen) avec une certaine vitesse d'ajustement ou force de rappel vers cette valeur de long terme.

Par différence aux modèles précités, le modèle présenté ici a l'avantage de décrire l'équilibre comme étant un intervalle situé entre les deux bornes θ_1 et θ_2 et non un point comme il a été toujours supposé dans la littérature économique. La vitesse d'ajustement n'est pas unique aussi mais double ; nous avons deux vitesses d'ajustement v_1 et v_2 , une vitesse de retour à la baisse et une vitesse de retour à la hausse.

En effet, l'équilibre économique qui a toujours été considéré comme un point est ici représenté par un intervalle, ceci est lié en réalité à l'existence des frais de transactions. Un agent rationnel restera passif sur le marché tant que l'opportunité du marché ne lui permet pas de couvrir au moins ses frais de transactions⁴.

Parallèlement, la vitesse d'ajustement est asymétrique de part et d'autre de l'équilibre. Cela provient en réalité de la nature de l'information disponible selon que le marché est acheteur ou vendeur. Nous revenons vers cela un peu plus loin dans ce papier.

L'objectif de cet article serait de **verifier pour le TMP interbancaire marocain si les deux vitesses d'ajustement ou de retour à l'équilibre v_1 et v_2 sont différentes l'une de l'autre et si l'intervalle d'équilibre $[\theta_1 ; \theta_2]$ est constant ou pas relativement à celles-ci.**

Pour le cas discret, et pour des besoins de computation, nous aurons intérêt à chercher la forme discrète du processus en question. Une solution analytique de l'équation différentielle stochastique (EDS)(1.1) présentée ci avant s'écrit sous la forme suivante⁵ :

$$\xi_t = v\xi_{t-1}^2 + \beta^*\xi_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t \quad (1.2)$$

Avec $\beta^* = \beta + 1$

Cette forme discrète du processus (1.2) a l'avantage de permettre aux variations d'être directement dépendantes du niveau du processus de manière cohérente avec sa forme continue. La variable ξ_t représente ici les valeurs réduites données par $\xi_t = \frac{r_t}{\sigma_{r_t}}$ avec r_t : le taux interbancaire.

v , β et α sont définis par le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = v \\ \mu_1 v_1 - \mu_2 v_2 - v_2 = \alpha \\ \mu_2 v_2 = \beta \end{cases} \quad (1.3)$$

⁴ M. Hamzaoui. (2000). Chapitre 8. "Estimating changes in the interest rate by the QIR model".

⁵ Suivant les travaux de Dietrich-Campbell and Schwartz [1986] et Sanders and Unal [1988] pour la discrétisation des processus stochastiques.

Remarque 1 : les résultats de ce travail nous servons essentiellement à comprendre le comportement du TMP mensuel marocain, mais encore, à faire des comparaisons entre différents taux d'intérêt à court terme d'autres pays qui ont des systèmes financiers différents de celui marocain. Pour ce faire, il serait plus commode d'utiliser la variable ξ_t décrite ci-avant pour l'estimation des paramètres de l'équation (1.2). $\xi_t = \frac{r_t}{\sigma_{r_t}}$. Avec r_t la valeur du TMP.

Cette procédure a l'avantage d'écarter l'unité de mesure pour pouvoir établir des comparaisons entre différents taux (le taux d'intérêt avec le taux de change par exemple). Pour estimer les paramètres de cette équation nous nous servons d'Eviews. La méthode statistique utilisée est la GMM (Hansen, 1982) puisqu'elle ne requiert pas que la distribution soit normalement distribuée, il suffit que le processus soit stationnaire et ergodique⁶ (nous procédons à la vérification de cela via le test de Dickey-Fuller augmenté dans la suite de cet article). Le deuxième avantage offert par la GMM, c'est qu'elle permet d'échapper au problème d'hétéroscédasticité des erreurs ε_t . En effet, la GMM fait appel aux conditions d'orthogonalité pour donner une estimation efficace en présence d'hétéroscédasticité⁷.

Données utilisées :

Les données ont été obtenues à partir des rapports annuels publiés par Bank Al-Maghrib et représentent les taux mensuels du marché monétaire interbancaire marocain pour la période allant d'octobre 2001 jusqu'à mars 2014. Il s'agit d'observations mensuelles, soit un total de 138 observations représentées dans le graphique suivant :

Remarque 2 : le choix de la période considérée n'est pas arbitraire. En effet, Il faut que la série chronologique étudiée soit suffisamment large pour bien capturer l'effet du retour vers la moyenne. A notre sens, un nombre total de 138 observations est bien suffisant pour ce faire.

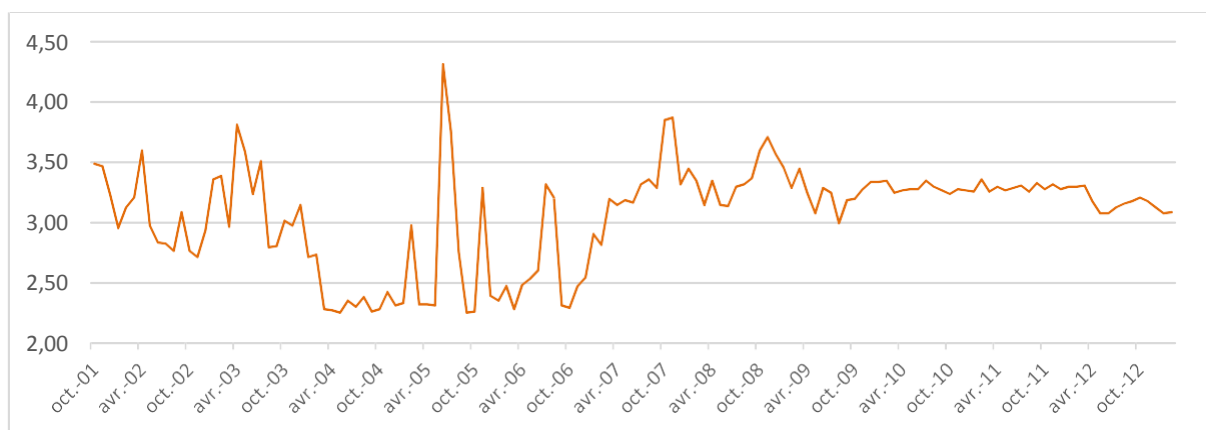


Fig1. Historique du taux d'intérêt interbancaire moyen pondéré pour la période d'octobre 2001 à Mars 2014.

Le graphique montre une variance du TMP moins élevée qu'auparavant à partir d'août 2010 qui s'explique par le renflouement du système bancaire de liquidités à travers l'emprunt international du Trésor effectué en cette période afin de faire face à la carence en liquidités sur le marché

⁶ Benedikt, Heid (Juin, 2005). "Estimating Asset Pricing Models by GMM using EViews". Département des Statistiques, Econométrie, et d'Economie empirique. Université de Tübingen. p 3.

⁷ Andersen, T.G. and B.E. Sorensen (1996). "GMM Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study," Journal of Business and Economic Statistics, 14, p 332.

interbancaire durant la période en question. En effet, le marché interbancaire marocain se caractérisait depuis 2007 par un déficit important en liquidités de l'ordre de 30 milliards de dirhams⁸ qui a été alimenté fin septembre 2010 par la levée en devise sur le marché international. Cependant, le besoin en liquidité qu'exprimaient les banques commerciales en cette période avoisinait les 26 Mdhs, tandis que la banque centrale n'avait injecté que 7Mdhs dans le système bancaire, ce qui a fait que le TMP est resté décalé par rapport au taux directeur de la banque centrale, et fait montrer une certaine tendance haussière continue durant la période qui suit (peu claire dans le graphique, puisqu'il s'agit d'une faible tendance haussière).

Comme nous l'avons cité ci avant, il nous appartient d'étudier plutôt la série chronologique de la variable ξ_t générée à partir des données du TMP collectées. Ce qui nous donnera une nouvelle série représentée dans le graphique ci-après :

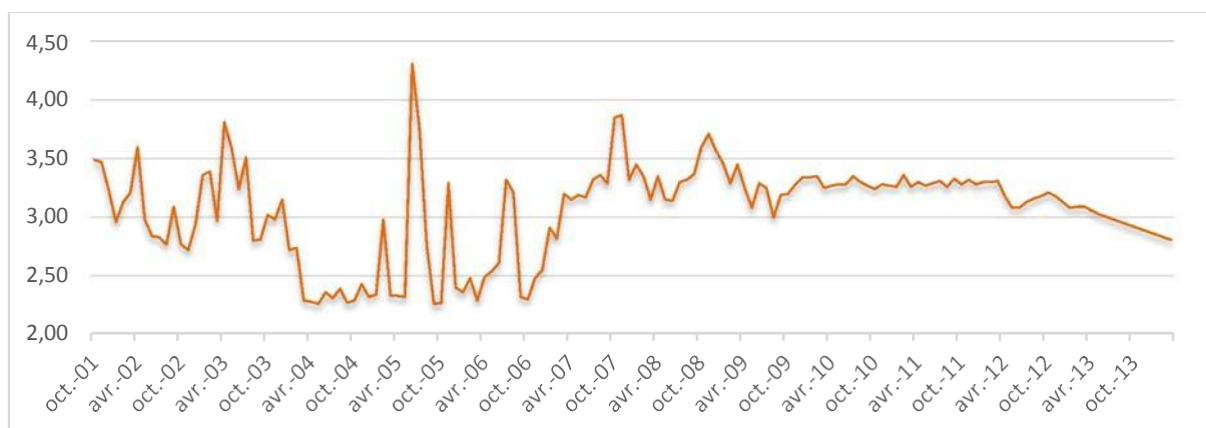


Fig2. Représentation graphique de l'évolution de la variable ξ_t calculée pour la période Octobre 2001 – mars 2013.

Une première étape nécessaire avant de passer à l'estimation des paramètres du modèle est de stationnariser la série en question. Ceci est atteint par le calcul de la première différence de la série ce qui nous donnera une nouvelle série représentée par le graphique suivant :

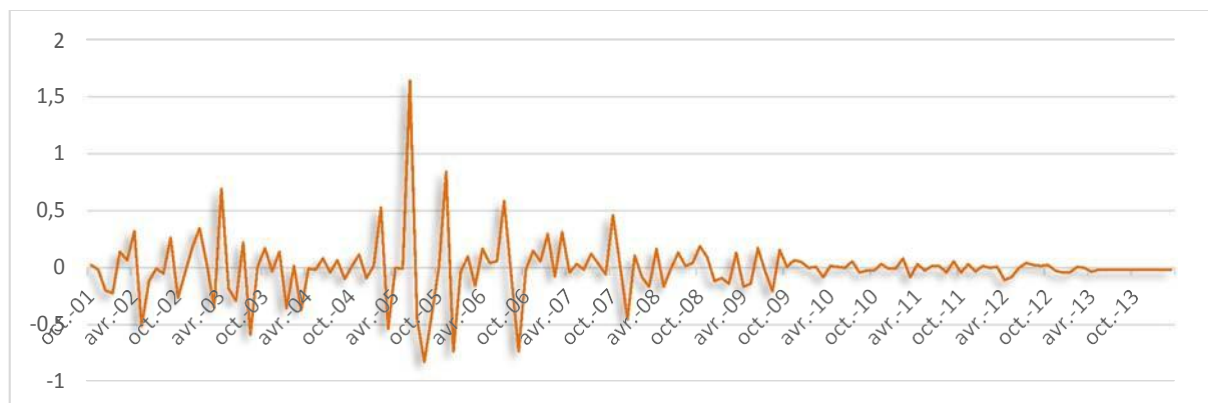


Fig3. 1^{ère} différenciation de la série temporelle ξ_t .

A partir du graphique, nous remarquons que la série temporelle différenciée de ξ_t dans son ensemble est marquée par deux phénomènes. Le premier étant la saisonnalité (ou périodicité) de la distribution, le deuxième concerne la tendance générale stable dans le temps. Graphiquement, l'existence de ces deux propriétés dans une série temporelle nous amène à avoir une première idée

⁸ Article du 2010-12-13 disponible sur <http://www.lavieeco.com>

sur la non-stationnarité de la série, chose que nous avons étudiée à l'aide du test de Dickey Fuller augmenté dans ce qui suit.

Résultats et discussions :

1. Ordre d'autoregressivité :

L'étude de la fonction des auto-corrélations partielles (PAC_i) de l'ordre (i=20) est décrite par le corrélogramme en annexe 1. Les PAC_i (i=1,2,..., 20) suivent une loi normale de moyenne 0, et de variance égale à $\sqrt{\frac{1}{138}} = 0.08512$; PAC_i \sim N(0 ; 0,08512). Pour un niveau de confiance de 95% nous avons testé l'hypothèse nulle H₀: PAC_i = 0 pour i=1,2,...,20.

Nous remarquons que la fonction des auto-corrélations comporte une décadence exponentielle vers 0 mixée avec un comportement sinusoïdal amorti. En effet, la présence de ces deux attributs dans la fonction des auto-corrélations montre qu'il s'agit d'un processus autorégressif d'ordre p AR(p); p>1. L'ordre p du processus est déterminé ici à partir de la fonction des auto-corrélations partielles. Celle-ci est égale à 0 pour le retard p+1. Dans notre cas il s'agit d'un processus **AR(4)**.

L'ordre de régressivité nous importe ici quant au choix du test de stationnarité. En effet, puisqu'il s'agit d'un processus AR(4), nous nous servons du test de Dickey-Fuller Augmenté qui est réservé à l'étude de la stationnarité des processus d'ordre 2 et plus.

Remarque 3 : la méthode utilisée pour déduire l'ordre d'auto corrélation à partir du corrélogramme n'est pas décisive et doit être complétée par des tests d'ordre d'auto-regressivité pour trancher entre les différents processus. Les critères d'information d'Akaike (AIC) et de Schwartz (SIC) nous ont permis de choisir entre ces derniers. Il s'agissait de sélectionner le modèle qui a les critères AIC et SIC les plus faibles, ou bien le ratio R² et le Log de la vraisemblance les plus élevés.

2. Stationnarité du processus :

Nous ne pouvons identifier clairement les caractéristiques stochastiques d'une série chronologique que si elle est stationnaire. Cette étude de stationnarité s'effectue essentiellement à l'aide de l'étude de la fonction des auto-corrélations et des tests de racine unitaire.

Parmi les différents tests de stationnarité qui existent, nous avons choisi le test de Dickey-Fuller pour sa simplicité et sa réputation très large. C'est un test qui estime l'hypothèse nulle de l'existence d'une racine unitaire (ou la non stationnarité) pour la série. Il existe en fait deux types de tests, Dickey-Fuller simple et Dickey-Fuller Augmenté. Le test de DF augmenté étant utilisé pour les processus auto-regressifs d'ordre supérieur à 1 AR(p)_{p>1}.

Le nombre de retards considérés par le test est celui déterminé automatiquement par le critère d'information d'Akaike (1973) (AIC), il est égal dans notre cas à 5. Nous commençons toujours par étudier le modèle [3]⁹ de l'hypothèse H₀ du test de DF, et nous passons éventuellement au 2^{ème} et 1^{er} modèle selon les cas. Les résultats sont présentés en annexe 2.

Les résultats du test pour la tendance et la constante simultanément affiche une t-statistic du *trend* égale à 0,19<2,78¹⁰, ce qui veut dire que la tendance n'est pas significativement différente de 0. On

⁹ $\nabla y_t = a_0 + a_1 t + \delta y_{t-1} + u_t$

¹⁰ Valeurs tabulées de la table de Dickey-Fuller pour le trend et la constante.

est passé à l'étude du modèle [2]¹¹ pour la constante seulement. Le test de DFA affiche une t-statistic pour la constante C égale à $-0,056 < 2,52^{10}$ ce qui signifie que la constante n'est pas significativement différente de 0. Enfin, Nous sommes passés à l'étude du modèle [1]¹² du test dont les résultats sont présentés dans la figure ci-après :

Null Hypothesis: ZETA has a unit root		
Exogenous: None		
Lag Length: 5 (Automatic - based on AIC, maxlag=5)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-6.394588	0.0000
Test critical values: 1% level	-2.582599	
5% level	-1.943266	
10% level	-1.615111	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Fig 4. Test de DF pour le modèle [1] sans tendance et sans constante.

La t-statistic de DF est égale à -6,394588 (inférieure strictement aux valeurs tabulées pour les trois niveaux de confiance 1%, 5% et 10%). Nous rejetons l'hypothèse nulle H_0 de l'existence d'une racine unitaire pour la série. Le processus est stationnaire.

3. Paramètres ν , β et α estimés :

Les résultats de l'estimation avec la méthode GMM (Hansen, 1986) sont résumés dans la figure ci-après : (ZETA représente ici les valeurs de la première différentiation de ξ).

Le nombre total de variables après réajustement est de 137. *Eviews* procède à la suppression automatique de quelques valeurs non applicables (NA), ceci n'affecte pas la qualité de l'estimation. L'estimateur choisi pour la matrice de covariance des paramètres est celui de Newey-West (1987).

Dependent Variable: ZETA				
Method: Generalized Method of Moments				
Date: 03/26/14 Time: 15:25				
Sample (adjusted): 2001M11 2013M03				
Included observations: 137 after adjustments				
Linear estimation with 1 weight update				
Estimation weighting matrix: HAC (Bartlett kernel, Newey-West fixed bandwidth = 5.0000)				
Standard errors & covariance computed using estimation weighting matrix				
ZETA=(C(1)*ZETA(-1)*2)+(C(2)*ZETA(-1))+ZETA(-1)+C(3)				
Instrument specification: ZETA ZETA(-1)				
Constant added to instrument list				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-5.284847	2.197915	-2.404482	0.0176
C(2)	0.797877	1.501258	0.531472	0.5960
C(3)	0.382727	0.134021	2.855726	0.0050
R-squared	-19.794724	Mean dependent var	-0.002408	
Adjusted R-squared	-20.105093	S.D. dependent var	0.269514	
S.E. of regression	1.238153	Sum squared resid	205.4250	
Durbin-Watson stat	1.764803	J-statistic	3.38E-32	
Instrument rank	3			

Fig5. Paramètres ν , β et α estimés.

Remarque 4 : Le lecteur pourra facilement remarquer à partir de la figure en haut qu'on avait utilisé des variables instrumentales (ZETA, et ZETA(-1)) pour l'estimation. L'introduction de ces variables instrumentales a pour but de tenir compte de l'endogénéité de certaines variables explicatives. Cela consiste à introduire une variable qui a une corrélation avec l'observation en temps t (ZETA) mais qui ne soit pas corrélée avec le terme d'erreur (ϵ_t). Ce n'est autre que les variables ZETA retardées. Autrement, la variable ξ_t a une corrélation relativement forte avec ξ_{t+1} (voir corrélogramme des PACi), mais n'a pas de corrélation avec le terme ϵ_t .

¹¹ $\nabla y_t = a_0 + \delta y_{t-1} + u_t$

¹² $\nabla y_t = \delta y_{t-1} \mid u_t$

Le choix des variables instrumentales à introduire a été fait à l'aide du test d'orthogonalité des instruments (Instrument Orthogonality Test) et celui de l'endogénéité des régresseurs (Regressor Endogeneity Test) que nous ne détaillons pas à ce niveau.

En bref, les instruments z valides à introduire sont ceux pour lesquels : $\frac{Corr(z, \xi_t)}{Corr(z, \mu)} > Corr(\xi_t, \mu)$

Nous avons :

$$\begin{aligned} C(1) = v &= -5,284847 \\ C(2) = \beta &= 0,797877 \\ C(3) = \alpha &= 0,382727 \end{aligned}$$

On rejette l'hypothèse H_0 de nullité des coefficients v , β et α individuellement avec des probabilités correspondantes (p-value) de 0,0176, 0,5960 et 0,0050 respectivement.

DW-statistic = 1,76 plus proche de 2 par rapport à 0, par conséquent, les résidus sont significativement dépendants l'un de l'autre ; la série est positivement corrélée. Cette même valeur de la statistique de DW montre que les résidus ont, en moyenne, les mêmes valeurs.

La J-stat est égale ici à $3,38^{E-32}$ (pratiquement nulle), cela veut dire que l'équation (hors instruments suspects) est bien identifiée.

Il faut dire que les paramètres v , β et α estimés ne nous servent que de variables intermédiaires pour la détermination des paramètres initiaux de l'équation différentielle stochastique (1.1), à savoir, v_1 , v_2 , μ_1 , μ_2 .

Les paramètres de tendance estimés sont au nombre de trois seulement, cela veut dire qu'il existe un nombre infini de solutions pour le quadruplet (μ_1, μ_2, v_1, v_2) correspondant au système d'équations linéaires (1.3). Une solution qui se propose comme nous l'avons mentionné, est de fixer une vitesse v_2 pour arriver à calculer les trois autres paramètres du quadruplet.

$$\begin{cases} v_2 - v_1 = -5,28 \\ \mu_1 v_1 - \mu_2 v_2 - v_2 = 0,382727 \\ \mu_2 v_2 = 0,797877 \end{cases}$$

Nous avons $v_2 - v_1 = -5,28$ différent de 0. Nous déduisons directement que les vitesses de retour à la moyenne v_1 et v_2 sont différentes l'une de l'autre.

4. Représentation des résultats de l'estimation

Après avoir fixé les v_2 et établi les calculs nécessaires, nous obtenons le spectre suivant représentant les intervalles d'équilibre pour chaque vitesse d'ajustement v_2 donnée. (Voir tableau ci-après pour les valeurs calculées).

v_1	0,61	1,11	1,61	2,11	2,61	3,11	3,61	4,11	4,61	5,11	5,61	6,11	6,61	7,11	7,61	8,11	8,61	9,11	9,61
v_2	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
μ_1	-5,6	-2,6	-1,5	-0,9	-0,5	-0,3	-0,1	0,00	0,11	0,19	0,26	0,32	0,38	0,42	0,46	0,49	0,52	0,55	0,57
μ_2	0,79	0,53	0,39	0,31	0,26	0,22	0,19	0,17	0,16	0,14	0,13	0,12	0,11	0,10	0,1	0,09	0,08	0,08	0,08

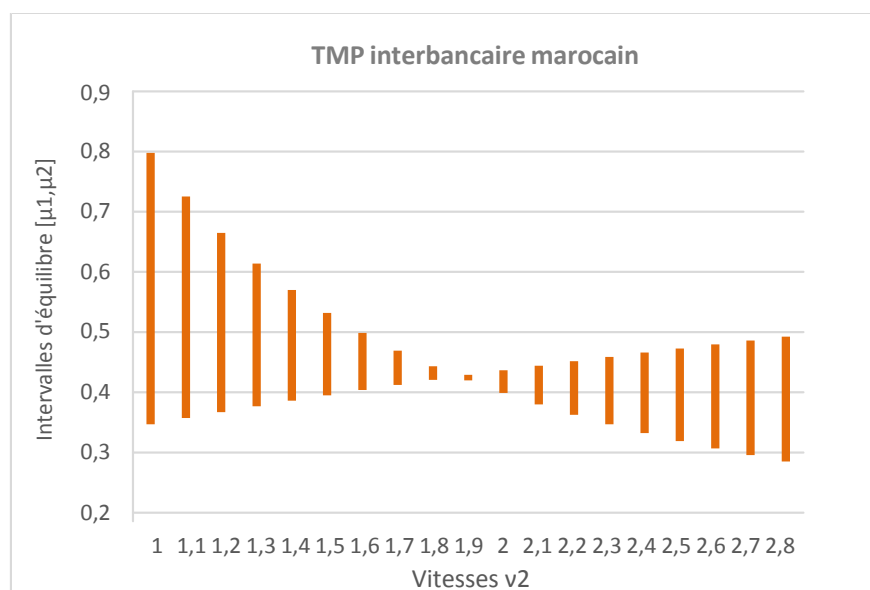


Fig6. Intervalles d'équilibre $[\mu_1, \mu_2]$ correspondant aux vitesses d'ajustement v_2 fixées.

Le graphique en haut retrace les différents intervalles d'équilibre $[\mu_1, \mu_2]$ correspondant aux vitesses d'ajustement v_2 fixées. En effet, le système d'équations linéaires (1.3) admet une infinité de solution pour le quadruplet (μ_1, μ_2, v_1, v_2) . Une solution qui se propose quant à la définition de ces quatre paramètres est de fixer un seul paramètre (v_2 en l'occurrence) et calculer les trois autres. Ainsi nous pouvons avoir une infinité de combinaisons pour les quatre paramètres. Nous avons trouvé que la vitesse d'ajustement v_2 pour laquelle l'intervalle d'équilibre $[\mu_1, \mu_2]$ est relativement nul, est égale à 1,9. Par la suite, nous avons calculé des intervalles d'équilibre pour des vitesses d'ajustement aux alentours de 5. Ceci pour retracer l'effet de réversion (voir graphique).

Théoriquement, l'on sait que l'équilibre n'est pas stable dans le temps mais il est plutôt dynamique. Ceci est dû en réalité au comportement des agents économiques sur le marché financier et à la nature des chocs survenus sur ce dernier. En fait, les chocs sont de nature instantanée ou permanente. Les chocs instantanés ne touchent pas la nature du système et sont à court terme et se traduisent par des forces de rappel vers l'équilibre. L'effet des chocs à court terme se ramène à un changement de la conjoncture (effet conjoncturel comme le changement de la politique monétaire ou la politique d'emprunt par exemple). Les chocs permanents sont, quant à eux, de nature « longtermiste » et rendent l'équilibre dynamique. Ils peuvent toucher le niveau général des prix. Ces chocs permanents ont un effet structurel sur l'économie générale ou un secteur particulier.

Le spectre du système interbancaire (représenté ici par le graphique ci-avant) nous permettra d'envisager des situations futures quant au niveau d'équilibre sur le marché. Autrement, nous pourrions avoir une idée sur l'équilibre du marché conformément à une vitesse donnée. Dans le même sens, en cas de déplacement d'un intervalle d'équilibre vers un autre, nous saurons qu'il s'agit d'un phénomène externe (choc exogène) lié à un événement extérieur dont les autorités n'ont aucune influence. Pouvoir distinguer entre choc à court terme et choc à long terme est très important dans la mesure où le comportement des agents économiques peut s'avérer asymétriques par rapport à ces derniers.

A l'instar des tables statistiques, le graphique en haut (spectre du système interbancaire) nous sert à lire directement la valeur de la vitesse d'ajustement à la hausse (v_2) correspondant à un intervalle

d'équilibre donné. Cela va dans le sens de pouvoir envisager des chocs perturbateurs futurs (chute ou hausse brusque du taux).

Enfin, nous pouvons envisager des comparaisons directes entre différents pays à l'aide de cet outil qui offre une idée très claire sur la nature du système interbancaire, et plus généralement, sur le système financier. En fait, le taux d'intérêt hérite plusieurs phénomènes observés pour l'équilibre général, à savoir, l'oscillation, le choc, les forces de rappel, la stabilité, l'asymétrie... et rassemble tous ces attributs. Encore, le taux d'intérêt est une fonction complexe de plusieurs variables macroéconomiques qui dépendent du taux d'intérêt lui-même. C'est pour cette raison que nous avons utilisé un modèle qui explique le taux d'intérêt par lui-même.

Comparaison des résultats pour les Etats Unis, l'Italie et la Turquie

Suivant la même démarche détaillée ci-avant pour le TMP interbancaire marocain, nous avons obtenu, dans une première étape, les historiques des taux d'intérêts interbancaires des trois pays. Ensuite, nous avons généré de nouvelles séries temporelles correspondant aux ξ réduites. Après avoir vérifié la stationnarité de celles-ci, nous avons estimé directement les paramètres de l'équation (1.2) pour chaque série afin de construire le spectre du système interbancaire de chaque pays.

Pour être précis, il faut noter que le taux d'intérêt interbancaire pour chaque pays n'est pas unique mais change selon l'échéance. Nous avons un taux interbancaire pour chaque maturité. Ces maturités vont de 24 heures (*Overnight Rate*) jusqu'à 12 mois. Il était question d'utiliser un taux moyen qui représente les différentes valeurs de taux pour toutes les maturités existantes.

Pour le cas des états unis d'Amérique, nous avons retenu le LIBOR USD moyen (London Inter Bank Offered Rate). C'est un taux d'intérêts moyen indicatif, auquel une sélection de banques (les banques du panel) veulent s'accorder mutuellement des prêts non garantis sur le marché financier londonien. Il est publié pour 16 devises dans le monde dont l'USD (depuis 1986) et sert de taux de base pour définir les taux d'intérêts sur les prêts, comptes d'épargne et hypothèque par les banques.

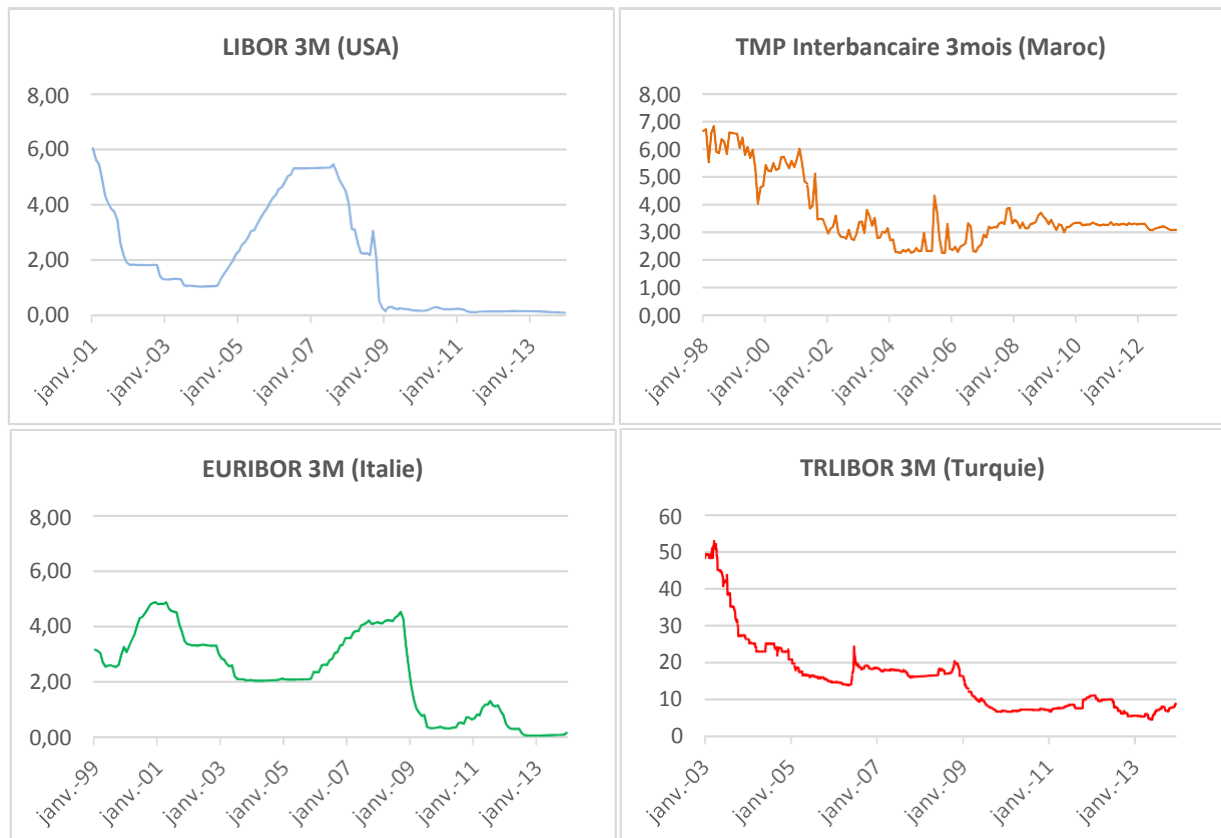
Parallèlement, sur le marché interbancaire européen, nous retrouvons l'EURIBOR qui est l'abréviation de Euro Interbank Offered Rate. C'est le taux moyen auquel une sélection de banques européennes de premier plan s'accorde mutuellement des prêts à court terme en euros. L'EURIBOR existe aussi pour différentes maturités allant d'une journée (taux EONIA) jusqu'à 12 mois. Pour l'Italie, (dont 4 banques font parties de la sélection des banques du panel), nous avons utilisé l'EURIBOR moyen qui résume les valeurs de taux des différentes échéances existantes.

Le troisième pays de comparaison est la Turquie pour lequel le taux d'intérêt interbancaire est connu sous le nom *TRLIBOR*¹³ (Turkish LIBOR) qui est établi suivant le même processus d'élaboration du LIBOR et est maintenu par l'association des banques de la Turquie (Banks Association of Turkey). Comme pour le LIBOR, le *TRLIBOR* existe pour différentes maturités allant de 24H (*Overnight rate O/N*) jusqu'à un an (*TRLIBOR1Y*). Les observations montrent que

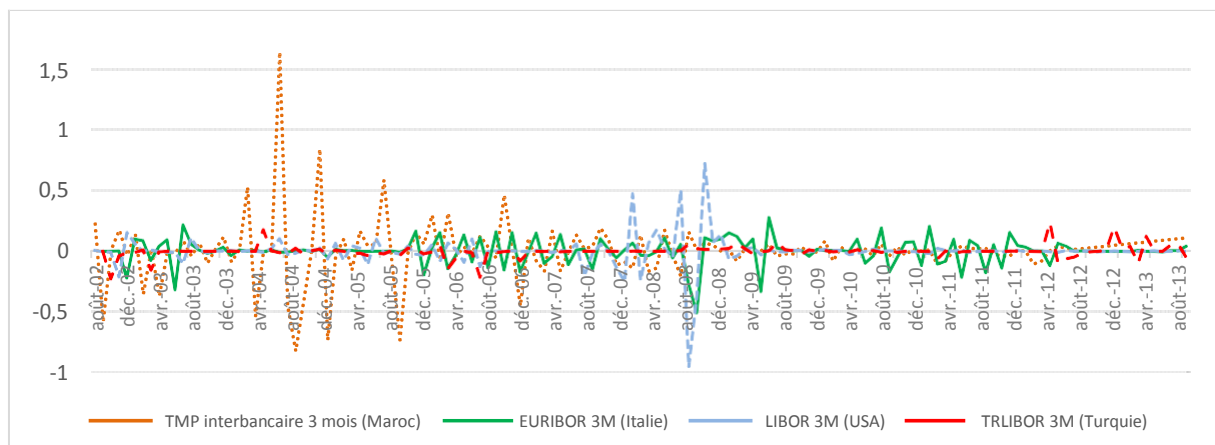
¹³ Les données ont été collectées à partir du site www.trlibor.org. Il faut noter que les données disponibles ne couvrent que la période à partir d'Août 2002. Cela n'influence pas les résultats de l'estimation du fait qu'on peut capturer l'effet de réversion sur toute la période ainsi que les différents niveaux d'équilibre engendrés par des chocs permanents dont nous avons parlé ci-avant.

le taux le plus actif est celui de trois mois (TRLIBOR3M) celui que nous avons retenu ici pour la modélisation.

Sur le graphique en bas, le lecteur pourra remarquer directement le niveau élevé du TRLIBOR qui a enregistré des records extrêmes pour les périodes passées (avant 2009). Actuellement il varie autour de 7%, un niveau qui reste néanmoins assez élevé en comparant avec les trois autres pays. Ce niveau élevé du taux s'explique essentiellement par les tensions inflationnistes croissantes du pays et l'importance des prêts en devise à court terme.

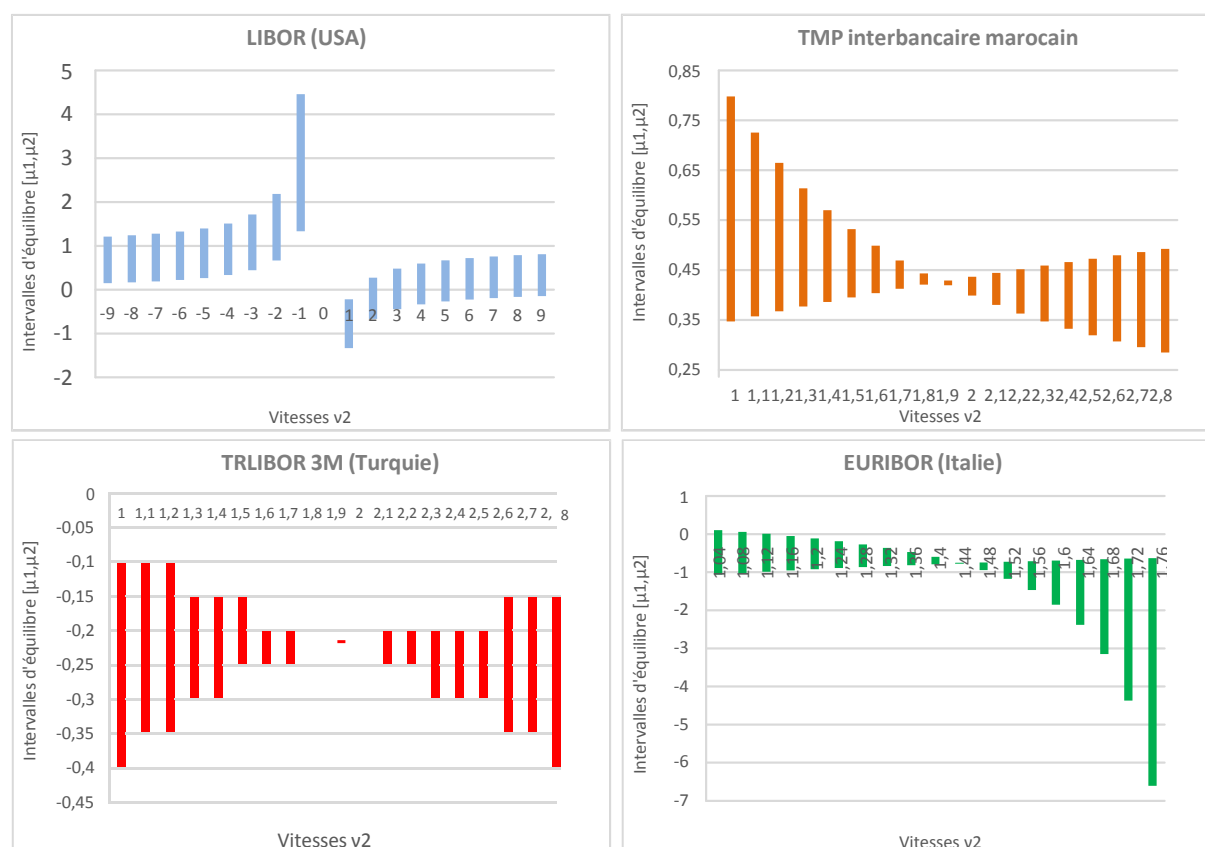


Comme nous l'avons vu pour le TMP interbancaire marocain, les trois autres séries ne sont pas stationnaires. Cela se remarque clairement sur les graphiques ci-avant. Il nous appartenait de générer de nouvelles séries pour lesquelles les paramètres du modèle (1.1) seront estimés. D'abord nous avons réduit la série en divisant par l'écart type. Ensuite, nous avons établi une première différenciation de chaque série pour stationnarisation. Les résultats sont présentés ci-après :



Nous avons opéré les tests de racine unitaire (Dickey Fuller Augmenté) et avons trouvé que les quatre séries sont stationnaires au sens de la moyenne. Deux périodes enregistrent des valeurs aberrantes anormales. La première étant l'année 2008 qui a connu la crise financière internationale, la deuxième est l'année 2004 pour ce qui est du TMP interbancaire marocain. Celui-ci a subi des variations importantes suites aux actions gouvernementales entreprises sur les taux débiteurs dans cette période. Même avec une deuxième différentiation, nous n'arrivons pas à éliminer ces valeurs extrêmes. Toutefois, les séries différentiées restent stationnaires dans l'ensemble¹⁴.

Arrivant à stationnariser les quatre séries, nous avons estimé les trois paramètres ν , β et α et calculé les 4 autres paramètres (μ_1 , μ_2 , ν_1 , ν_2) suivant la même démarche précitée. Les résultats obtenus sont retracés ci-après :



Pour la Turquie, comme pour le cas du Maroc, la vitesse d'ajustement qui minimise l'intervalle d'équilibre à 0 équivaut à $1,9 \sim 2$. En valeur absolue, que l'on parte de gauche vers des vitesses inférieures à 2 ou à droite pour des vitesses supérieures, l'intervalle d'équilibre aura, relativement, la même étendue. Nous donnons ici l'exemple des deux vitesses 1,5 et 2,5.

L'EURIBOR pour le cas de l'Italie affiche le même comportement à peu près de celui du taux marocain et du TRLIBOR, l'intervalle d'équilibre s'annule pour une vitesse v_2 égale à 1,44. Nous remarquons clairement que plus la valeur de la vitesse augmente (1,5 et plus) plus l'intervalle augmente de façon quasi exponentielle. Cela revient à dire qu'avec des vitesses d'ajustement plus grandes, les opportunités et les marges des agents économiques se multiplieront jusqu'à un certain

¹⁴ Nous ne détaillons pas ces tests à ce niveau. A notre sens, la description de la méthodologie suivie et des tests opérés pour le TMP interbancaire marocain dans une première partie de ce papier est largement suffisante pour donner au lecteur une idée complète sur la démarche qui est la même pour les trois autres taux de comparaison.

niveau pour se rétrécir par la suite (même avec des vitesses très grandes). Nous ne l'avons pas mentionné sur le graphique, mais il faut noter que ce dernier prend la forme d'une chaîne d'ADN. A l'infini, nous aurons plusieurs points d'équilibre (intervalle presque nul) pour des v_2 différentes. Nous avons présenté une séquence aux alentours de $v_2 = 1,5$ qui semble être raisonnable et existante en réalité.

Pour les Etats Unis d'Amérique, les résultats sont surprenants. Les intervalles sont toujours étendus et ne s'approchent jamais de 0 même pour des vitesses très grandes (dans les deux sens). Le comportement semble être symétrique de part et d'autre de la vitesse $v_2 = 0$. Le lecteur s'interrogera sur les vitesses v_2 négatives qu'on avait fixées. En fait, le signe de celles-ci n'impacte pas les étendues des intervalles. Ainsi, pour une vitesse v_2 égale à 9 ou -9, nous aurons toujours un intervalle d'une étendue proche de 1. Les valeurs sur l'axe des abscisses et celui des ordonnées sont à prendre en valeur absolue.

Enfin, les résultats obtenus ici nous servent d'outil de compréhension des marchés financiers et de leur comportement. La vitesse d'ajustement étant un élément contrôlable puisqu'elle représente la variable de décision du gouvernement (nouvelle loi, changement de taux, nouvelles taxes...), il suffira de se situer sur le graphique (voir de quelle vitesses s'agit-il) pour se retrouver avec l'intervalle de réversion correspondant. Ceci pourrait se présenter aussi comme outil d'anticipation des opportunités présentes sur un marché donné en analysant l'évolution des intervalles d'équilibre en fonction de celle des vitesses d'ajustement.

Conclusion

Les résultats obtenus dans cette étude prouvent davantage que les taux en réalité n'oscillent pas avec la même vitesse de part et d'autre de l'équilibre. Nous avons vu que pour les quatre pays dont les systèmes financiers sont largement différents par leur composition et leur degré de complexité, les vitesses de retour à l'équilibre sont différentes. Les taux baissent et augmentent avec des vitesses différentes.

Les intervalles d'équilibre, quant à eux, sont multiples et dépendent directement des vitesses d'ajustement. De plus, il existe une vitesse pour laquelle l'intervalle d'équilibre se résume en un point (sauf pour le cas des Etats Unis dans cette étude). On a trouvé que plus la vitesse d'ajustement augmente ou diminue plus l'intervalle de réversion deviendra étendu et débordera de part ou d'autre.

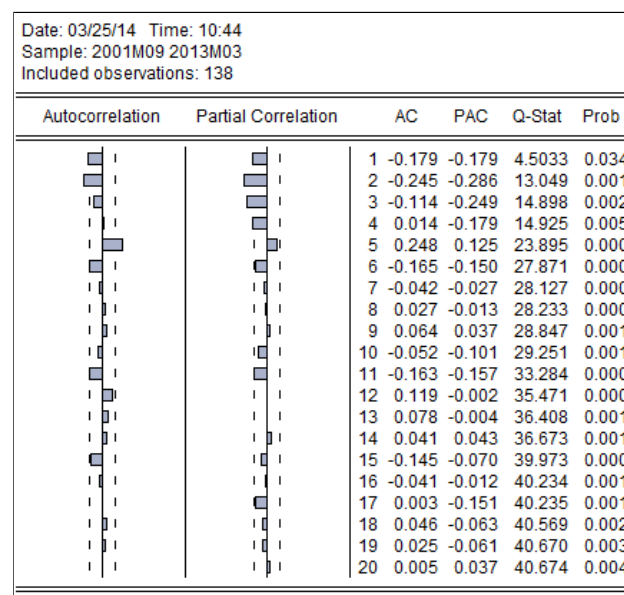
Bibliographie

- Andersen, T.G. and B.E. Sorensen (1996). "GMM Estimation of a Stochastic Volatility Model: A Monte Carlo Study," *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, 328-352.
- Benedikt, Heid (Juin, 2005). "Estimating Asset Pricing Models by GMM using EViews". Département des Statistiques, Econométrie, et d'Economie empirique. Université de Tübingen. p 3.
- Brenner, R.J., R.H. Harjes, and K.F. Kroner (1996). "Another Look at Models of the Short-Term Interest Rate," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 31, 85-107.

- Chan, K.C., G.A. Karolyi, F.A. Longstaff, and A.B. Sanders (1992). "An Empirical Comparison of Alternative Models of the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Finance*, 47, 1209-1227.
- Claudio Pacati. "Lectures on Financial Engineering : Generating Sample Path". Département d'Economie, Université de Siena. 2013.
- Heinkel, R. Schwartz, E.S., "Rights Versus Underwriting Offerings: An Asymmetric Information Approach," *The Journal of Finance*, 41 1, 1-18 (March 1986).
- Jagannathan, R. and G. Skoulakis (2002). "Generalized Method of Moments: Applications in Finance," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 470-482.
- Moustapha, Hamzaoui. Chapitre 8. "Estimating changes in the interest rate by the QIR model". 2000.
- Taylor, S.J. (1986). *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, Chichester, England.
- Vasicek, Oldrich (1977). "An Equilibrium Characterisation of the Term Structure". *Journal of Financial Economics* 5 (2): 177–188.

ANNEXE 1

Corrélogramme de la série temporelle des $\{t\}$



ANNEXE 2

Test de DF augmenté pour la constante et le trend
augmenté pour la constante seulement

Test de DF

Null Hypothesis: ZETA has a unit root				
Exogenous: Constant, Linear Trend				
Lag Length: 5 (Automatic - based on AIC, maxlag=5)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.345796	0.0000
Test critical values:	1% level		-4.029041	
	5% level		-3.444222	
	10% level		-3.146908	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(ZETA)				
Method: Least Squares				
Date: 03/25/14 Time: 16:28				
Sample (adjusted): 2002M04 2013M03				
Included observations: 132 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ZETA(-1)	-2.268001	0.357402	-6.345796	0.0000
D(ZETA(-1))	0.955920	0.323320	2.956571	0.0037
D(ZETA(-2))	0.564318	0.270513	2.086104	0.0390
D(ZETA(-3))	0.270300	0.209393	1.290874	0.1991
D(ZETA(-4))	0.075870	0.146215	0.518894	0.6048
D(ZETA(-5))	0.150111	0.088255	1.700889	0.0915
C	-0.009320	0.046260	-0.201466	0.8407
@TREND(2001M09)	0.000112	0.000565	0.198228	0.8432
R-squared	0.673383	Mean dependent var		-0.000500
Adjusted R-squared	0.654945	S.D. dependent var		0.420074
S.E. of regression	0.246757	Akaike info criterion		0.097868
Sum squared resid	7.550247	Schwarz criterion		0.272583
Log likelihood	1.540738	Hannan-Quinn criter.		0.168864
F-statistic	36.52135	Durbin-Watson stat		1.993690
Prob(F-statistic)	0.000000			

Null Hypothesis: ZETA has a unit root				
Exogenous: Constant				
Lag Length: 5 (Automatic - based on AIC, maxlag=5)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-6.369363	0.0000
Test critical values:	1% level		-3.480425	
	5% level		-2.883408	
	10% level		-2.578510	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(ZETA)				
Method: Least Squares				
Date: 03/25/14 Time: 16:46				
Sample (adjusted): 2002M04 2013M03				
Included observations: 132 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
ZETA(-1)	-2.263951	0.355444	-6.369363	0.0000
D(ZETA(-1))	0.952121	0.321509	2.961411	0.0037
D(ZETA(-2))	0.560985	0.268950	2.085831	0.0390
D(ZETA(-3))	0.267737	0.208189	1.286027	0.2008
D(ZETA(-4))	0.074252	0.145425	0.510584	0.6105
D(ZETA(-5))	0.149385	0.087839	1.700669	0.0915
C	-0.001198	0.021398	-0.056004	0.9554
R-squared	0.673279	Mean dependent var		-0.000500
Adjusted R-squared	0.657597	S.D. dependent var		0.420074
S.E. of regression	0.245807	Akaike info criterion		0.083033
Sum squared resid	7.552640	Schwarz criterion		0.235909
Log likelihood	1.519827	Hannan-Quinn criter.		0.145155
F-statistic	42.93165	Durbin-Watson stat		1.993502
Prob(F-statistic)	0.000000			