

## **MODÉLISATION PRÉVISIONNELLE PAR HAWKES PROCESS DES CRISES ECONOMIQUES**

### **Predictive Modeling by a Hawkes Process of Economic Crises**

**Par**

**Habib ELFATHAOUI**

**Professeur d'Enseignement Supérieur Assistant, EFJES Ait  
MELLOUL – Université Ibn Zohr, Laboratoire de Recherche:  
ERMMACOT-ENCG- Agadir.**

**elfathaoih@uiz.ac.ma**

#### **Résumé**

L'objet de cet article est de travailler sur la modélisation des chocs récurrents susceptibles d'affecter une économie dans la période des crises, nous prenons en considération l'aspect endogène de tels chocs en basant notre analyse sur une modélisation inspirée du processus ponctuel (Hawkes process). La prise en considération de l'interdépendance des événements en complément des fondements de la fonction de poisson, nous permet d'avoir une approche beaucoup plus réaliste par rapport au déroulement des événements. Les déterminants du processus ponctuel implémentés sur une série du PIB du Maroc nous donnent une image reprenant à bien des égards l'intensité de la crise et sa durabilité en se basant sur l'hypothèse d'un comportement d'auto excitation et d'effet cluster après la crise.

**Mots clés : Modélisation, Ponctuel process, Auto Excitation, Effet Cluster,  
Crise**

**summary**

The object of this article is to work on the modeling of recurrent shocks likely to affect an economy in the period of economic crises, we take into consideration the endogenous aspect of such shocks by basing our analysis on a model inspired by the Hawkes process. Taking into account the interdependence of events in addition to the foundations of the Poisson function allows us to have a much more realistic approach to the course of events. The determinants of the Hawkes process implemented on a series of Morocco's GDP give us an image taking up in many aspects the intensity of the crisis and its duration based on the assumption of self-excitation and a cluster effect behavior after the crisis.

**Keywords: Modeling, Punctual process, Self-Excitation, Cluster Effect, Crisis.**

## **Introduction**

Le niveau de croissance réalisé par une économie est tributaire d'un ensemble de facteurs endogènes (économiques) et/ou exogènes (non économiques), et où tout changement rapide ou extrême surtout à la baisse, pouvant se matérialiser par une récession trouve ses racines dans un ou plusieurs chocs structurels. C'est ainsi que la croissance d'une économie est fortement corrélée avec la stabilité financière, la stabilité politique et la stabilité sociale mais également comme en témoigne la crise du covid19, la stabilité sanitaire qui représente désormais une des bases fondamentales de la pyramide économique.

La difficulté d'appréciation et d'approche des événements exogènes, à l'instar des guerres ou des pandémies réside dans leur imprédictibilité, mais également aux dommages collatéraux qu'ils peuvent causer après leurs manifestations. Également, un choc exogène ne respecte jamais la même structuration d'impact et d'ampleur, marginalisant les circonstances de l'espace et du temps. En effet, l'ampleur, la durée et les spécificités d'une crise sanitaire comme le covid19 restera sujette aux spécificités de chaque économie en termes de sensibilités et de modèle structurant, c'est pour dire qu'un choc exogène se traduit d'une manière customisée en un choc endogène en raison de la complexité des structures socio-économiques, du nombre assez conséquent d'agents avec des intérêts, des finalités et des spécificités souvent pas très conciliants, en raison aussi de la vitesse des interactions entre ses agents et leur rationalité limitée.

Un autre point commun des chocs exogènes réside dans l'intervention de l'Etat en mobilisant un arsenal d'instruments, de politiques et d'institutions en vue éventuellement d'atténuer l'impact du choc et tracer avec plus ou moins de visibilité le cheminement à suivre ou à adopter afin d'y mettre un terme. Le pouvoir public représentant l'agent garantissant la continuité de l'Etat et la préservation des intérêts publics et privés, agit en fonction des données dont il dispose et des orientations politiques et stratégiques du gouvernement en place.

La législation à travers la promulgation de lois ou de décrets, l'implémentation de politiques à orientation binaire, conjuguant la justice et l'équité sociales aux intérêts et aux principes de la relance économique, à travers notamment des instruments monétaires ou en dynamisant des mesures budgétaires, tous constituent des références en termes d'actions publiques en période de crise, mais dont la pertinence et l'efficacité ne font jamais objet de consensus ou d'unanimité.

Une multitude de raisons et d'arguments peuvent expliquer avec beaucoup de peine, et sans toutefois présenter une justification exhaustive de la présence d'un tel flou au moment de la prise des décisions politiques à vocation économique :

- La difficulté de prédire l'avenir, accentuée par une information imparfaite, induit à la prise de décisions souvent sous l'influence des émotions et des intuitions biaisées par l'orientation ou la doctrine politique du gouvernement en place ;
- Le principe de rationalité des marchés est un principe qui a démontré ses limites et son irréalisme, même dans les marchés les plus structurés [1;2] et les prédictions n'ont jamais su atteindre le seuil critique de 50%, même parmi les analystes financiers [3; 4]
- Les spéculations, le manque de visibilité pouvant entraîner des mouvements de troupeaux ! surtout dans les marchés financiers qui peuvent dégénérer d'une manière incontrôlée, se manifestant par des valeurs de négociation loin des valeurs réelles selon la nature des actifs (actions, obligations, options, pétrole, gaz...) [5; 6]

Malgré l'indéniable vérité instituant que la crise économique peut avoir des raisons exogènes comme la crise sanitaire, le niveau d'activité économique reste forgé par des déterminants endogènes, ce qui rend nécessaire de recourir à des modèles d'auto-excitation, relatant les réactions des agents économiques face aux politiques implémentées par l'Etat et les stratégies possibles et envisageables des différents intervenants. Une analogie assez illustrative de ce phénomène, on la retrouve lors

de l'analyse des séismes qui frappent une région donnée, ils se trouvent toujours suivis par d'autres séismes ou de chocs d'une intensité moindre et qui s'étalent sur une durée variant selon l'intensité du premier choc et la structure tectonique de la terre.

À l'échelle de l'économie d'une nation, les chocs structurels ne sont guère indépendants les uns des autres et ils génèrent le plus souvent des cas une cascade de réactions à plusieurs niveaux, engageant plusieurs secteurs d'activités interdépendants directement et indirectement.

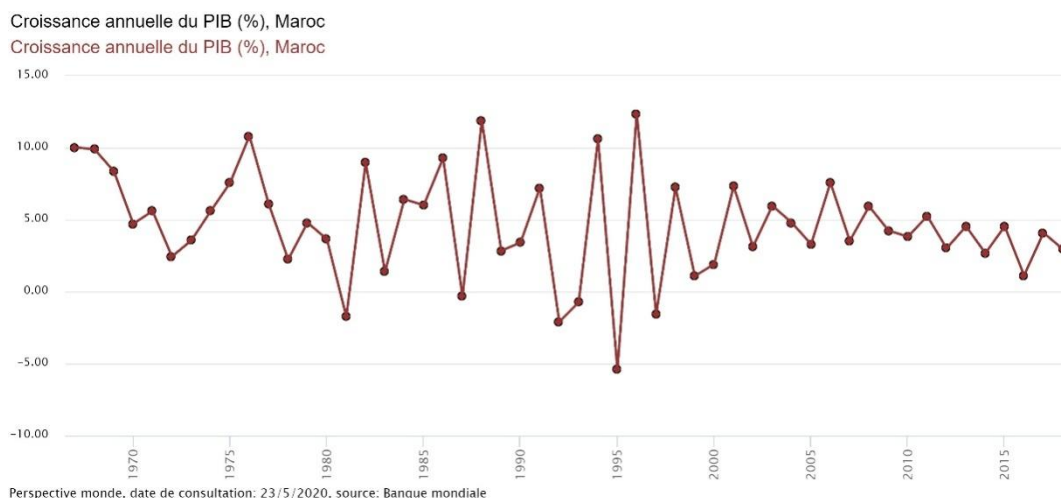
Par analogie avec les études d'Ogata[7]et Mohler [9] nous essayons de comprendre les forces motrices derrière la propagations des chocs structurels dans une économie ouverte.

Le modèle auquel on a opté pour mettre en exergue cette question est le processus ponctuel de Hawkes. Un processus impliquant l'utilisation d'une fonction de réponse détaillant des informations de long terme relatives aux événements antérieurs et qui sont censés représenter un nombre de processus dépendants antérieurs, y compris les courtes phases de baisse de régime [10, 11, 12].

Le présent papier est structuré en cinq sections. Dans la section 2, une discussion des ensembles de données utilisés pour cet article sera fournie. Ensuite, dans la section 3, le modèle étudié sera présenté plus en détail. Cette section contiendra également de plus amples informations sur la méthode utilisée pour certains paramètres du modèle. Dans la section 4, les résultats numériques de l'article seront étalés et analysés par le biais d'une discussion sur la façon dont les paramètres du modèle peuvent être interprétés. Enfin, en guise de conclusion du papier on essayera de revenir sommairement sur la méthodologie utilisée et les résultats enregistrés, en essayant d'ouvrir brièvement une fenêtre sur les futures recherches éventuelles.

## 2 Données

Nous considérons les données de l'économie marocaine, à cette fin nous analyserons plus particulièrement la croissance du PIB en pourcentage pour la période couvrant la plage temporelle entre 1968 et 2018. L'ensemble des données se compose de valeurs annuelles des variations de la croissance  $R_t = (pibt - pibt-1) / pibt$ , où pt désigne le produit intérieur brut (Fig.1).



**Fig 1 : Croissance annuelle du PIB (%)**

La figure 1 montre les différentes phases qui ont structurées la croissance de l'économie marocaine, des phases qu'on pourrait résumer en trois phases :

**Phase 1 (1968-1979)** qui s'étale sur les deux premières décennies de l'indépendance, caractérisées par des niveaux de croissance assez élevés sous l'impulsion des plans de développement économique et social, durant cette période l'économie marocaine a enregistré une croissance annuelle moyenne de 5,4%

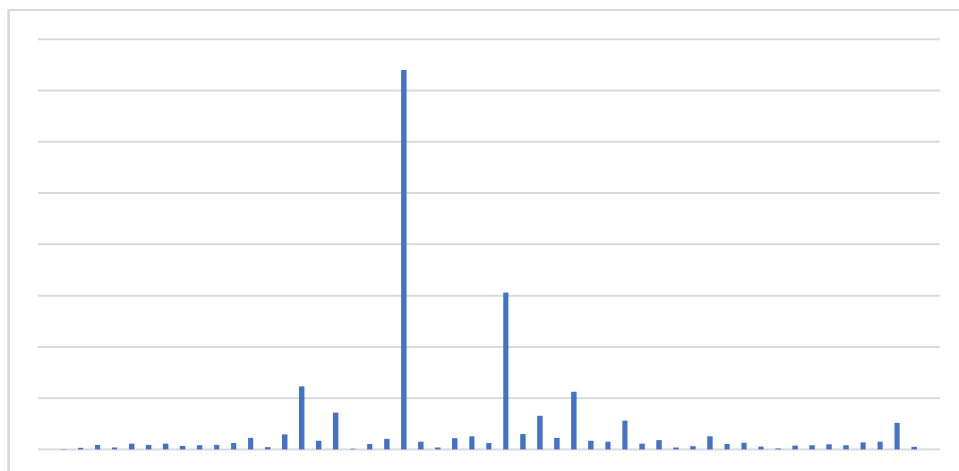
**Phase 2 (1980-1999)** Une phase très difficile par rapport à la précédente, relatant une période qui a connu plusieurs récessions, sous l'effet de la dette interne et externe et du programme d'ajustement structurel, se manifestant sous la forme d'une faible demande et une dynamique de croissance relativement faible oscillant autour d'une moyenne en dessous de 2,5%

**Phase 3 (2000-2018)** a commencé par les nouvelles réformes implémentées en matière de gouvernance et d'amélioration des équilibres macro-économique et la restructuration de l'économie suivant l'ordre mondial néolibéral, préconisant la mondialisation, privatisation la déréglementation des marchés et le libre échange, une phase qui a renouée avec la

croissance même s'elle reste disproportionnée et discriminante, en enregistrant une moyenne annuelle durant les années 2000 aux alentours de 5%



**Fig2 : Variation annuelle du PIB (%)**



**Fig3 : Valeur Absolue de la variation du PIB**

Nous pouvons voir de sérieux effondrements au cours des périodes historiques critiques par certains événements majeurs, qui ont laissé leurs empreintes à la fois sur les scènes politiques et économiques nationales et internationales, surtout pendant la période du PAS et les années annexes, entre 1980 et 1999, également

lors de la crise financière mondiale de 2007-2008 et lors de la période du printemps arabe de 2011. Le regroupement des variations extrêmes est évident sur la Fig.2, on y constate des périodes calmes avec de petits changements de variation de la croissance alternant avec des périodes turbulentes avec de grands écarts de variations matérialisant à bien des égards un effet cluster. Nous appliquons le modèle de Hawkes à ces données recoupant 24 événements sur une période de 33 ans. Figure.3

### 3. Méthodologie

Le premier modèle étudié sert de base de comparaison avec le processus de Hawkes [13]. Le modèle de référence spécifique testé était un modèle de processus de Poisson spécifié via un seul paramètre  $N = T$ , où  $N$  = nombre d'événements et  $T$  = temps de l'événement final mesuré à partir du temps 0 [14]. Le processus de Poisson suppose que chaque événement soit indépendant et donc que le système n'a pas de mémoire de crise dans le passé.

Afin de pallier au problème d'indépendance suscité par le processus de poisson, nous utilisons la méthode basée sur l'étude d'une fonction d'intensité qui décrit le taux d'incidents des crises économiques en fonction du temps et conditionnellement à l'histoire passée des événements. L'intensité du processus de Hawkes augmente lorsqu'un nouvel événement se produit, puis l'intensité diminue jusqu'au niveau de base, de sorte que l'intensité peut être exprimée comme :

$$(1) \quad \lambda(t) = \lambda_0 + \int_{-\infty}^t \alpha e^{-\beta(t-s)} dN_s = \dot{\lambda}_0 + \sum_{t_i < t} \alpha e^{-\beta(t-t_i)}.$$

où une fonction  $\lambda: R \rightarrow R$  matérialise l'intensité de base, une fonction  $v: R \rightarrow R$  reflète l'impact des événements passés  $t_i$  sur l'intensité actuelle  $\lambda(t)$ . Une fonction  $\lambda_0$  correspond à l'intensité des événements externes et une fonction de noyau  $v(t)$  exprimant l'effet de clustering d'événements, générés d'une manière endogène.



De tels processus ont été développés [15] pour le cas unidimensionnel avec une fonction de noyau exponentielle. Dans  $v(t) = \sum_{i=1}^P \alpha_i e^{-\beta_j t}$  avec une intensité de base constante  $\lambda_0(t) = \lambda_0$ , le paramètre  $\alpha$  reflète le «saut» d'intensité après l'apparition d'un nouvel événement et le paramètre  $\beta$  définit à quelle vitesse l'intensité diminuera jusqu'à la base  $\lambda_0$ .

L'estimation des paramètres de la fonction d'intensité peut être effectuée via la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance (MLE) [16]. Ce processus implique l'estimation des paramètres qui maximisent la fonction de vraisemblance suivante :

$$\Pr[N(t_n) - N(t_{n-1}) > 0] = 1 - \Pr[N(t_n) - N(t_{n-1}) = 0] = 1 - \exp\left(-\int_{t_{n-1}}^{t_n} \lambda(t | H_t) dt\right). \quad (2)$$

On note ici un processus ponctuel décrivant l'historique de l'incidence des événements comme une séquence  $H_t = \{(t_i, m_i)\}_{i \in N^*}$ ,  $\underline{N}^* = N \cup \{0\}$  (mi) définit la profondeur du déclin, et un processus ponctuel comme processus de comptage avec une intensité  $N(t) = \sum_{i \in N^*} 1_{\{t_i < t\}}$

La recherche des  $\lambda(t | H_t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} E\left[\frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} | H_t\right]$  blance peut être entreprise de plusieurs façons [17]. Pour cet article, l'optimisation a été entreprise dans le langage de programmation Python en utilisant SciPyOptimizepaquet Nelder-Mead [18, 19].

#### 4 Résultats

Comme cela a fait l'objet d'une discussion au niveau de la section 2, la dépendance historique du processus de Hawkes signifie que des événements en dehors de la période d'observation peuvent influencer d'autres à l'intérieur de celle-ci, conduisant de facto à la biaisation des paramètres [20]. Ainsi, la phase 1 pourrait influencer les événements de la phase 2, celle-ci peut influencer à son tour

la Phase 3 et ainsi de suite. Pour éviter ce problème d'effet de bord, une approche systématique est nécessaire pour traiter les limites des phases.

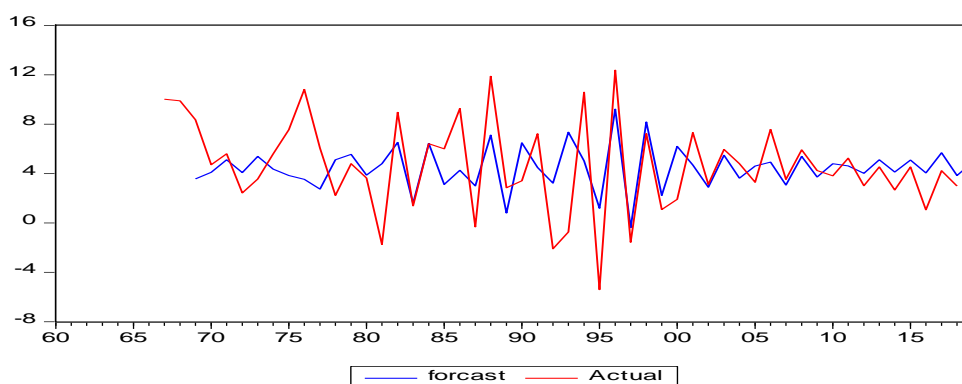
Nous proposons une nouvelle approche pour examiner l'impact des effets de bord (voir Nichols et Schoenberg [21] pour une autre approche similaire dans le domaine desismologie). Plus précisément, une fenêtre temporelle mobile a été utilisée pour inclure l'influence des événements de la phase  $i$  dans la phase  $i + 1$  pour  $i = 1; 2; 3$ ; Tout d'abord, nous avons calculé les paramètres MLE résultant de l'ensemble de données constitué uniquement de la phase 2. Ajouter ensuite un point de la phase 1, les paramètres MLE ont été recalculés. Ce fut alors répété avec deux points de la phase 1 et ainsi de suite jusqu'à ce que les paramètres MLE pour toutes les données des phases 1 et 2 combinées aient été calculées. Enfin nous avons déterminé lequel de ces modèles offrait la meilleure estimation par rapport aux autres en utilisant le test **Kolmogorov-Smirnov (KS)**.

		Phase 1	Phase 2	Phase3
Processus Poisson	$\lambda_0$	0.0134	0.346	0,291
	AIC	1092.7	3287.3	2462.3
Processus Hawkes	$\lambda_0$	0.027	0.246	0.274
	Saut $\alpha$	0.0472	0.0859	0.0716
	Vitesse du déclin $\beta$	0,0021	0,0132	0.0425
	KS test P	0.0375	0.0535	0.0168

**Tableau 1 : L'estimation des paramètres du modèle sur les différentes phases**

Dans un premier temps, nous examinons juste le processus de Poisson appliqué aux crises économiques sur la période d'étude. Même ce cadre simple parvient à capturer une différence des variations sur les trois phases, montrant la phase 2 comme ayant la plus forte probabilité d'enregistrer des crises aléatoires avec une intensité incompressive égale à 0,346 . Ce résultat vient en contraste avec le processus Hawkes, où la phase 3 présente le plus forte probabilité d'enregistrer des événements aléatoires avec un paramètres d'intensité égal à 0,274, ce qui suggère que suivant la logique du second processus, les événements de la phase3

étaient fortement tributaires des événements enregistrés par le passé, ce qui implique que la dépendance historique est significative dans ce processus, puisque les valeurs des différents paramètres sont toutes significativement inférieures à celles du processus de Poisson.



**Fig4 : Présentation en bleu des prévisions du modèle et en rouge les données relevés**

La lecture du tableau nous permet de relever les résultats suivants :

- ❖ **Résultat 1 :** Durant la phase 1 le modèle affiche un retard assez considérable dans ces prévisions par rapport à ce qui est relevé dans la réalité. C'est un constat qui peut être expliqué par le fait que le modèle ne disposait pas encore de données historiques afin d'estimer la tendance des évolutions de la série ;
- ❖ **Résultat 2 :** Pour les phases suivantes, en l'occurrence les phases 1 et 2, on enregistre un meilleur alignement des résultats du modèle par rapport aux valeurs réelles, ce qui peut être expliqué par l'adaptation des paramètres du modèle à la dynamique de la série ;
- ❖ **Résultat 3 :** le retard enregistré à travers les différentes phases d'analyse, est attribué à des effets qui dans leur essence s'explique par les aléas intempestifs, provoquant des variations incontrôlables d'origine exogène ;

- ❖ **Résultat 4 :** la prévision des crises en termes d'intensité et de durabilité reste relativement tributaire de la fréquence des turbulences et surtout de leurs natures exogènes ou endogènes ;
- ❖ **Résultat 5 :** Le paramètre  $\beta$  donne une idée sur la durée moyenne d'une crise. Dans la phase 1, la fenêtre de crise moyenne est de 1/0,0021 qui revient à 47 Jours, et respectivement 75 et 23 jours pour les phases 2 et 3.
- ❖ **Résultat 6 :** le paramètre  $\alpha$  reflétant le saut d'intensité après l'apparition d'un nouvel événement, illustre une sensibilité supérieure lors de la phase 2 comparativement aux autres phases qui enregistrent des sauts d'intensité de moindre importance.

Ces résultats peuvent être interprétés par les circonstances économiques, sociales et politiques qui ont gouvernées chaque phase. En effet, lors de la phase 1, une politique expansionniste d'après indépendance caractérisée par des politiques de relance, de nationalisation de l'économie, de grands projets et une croissance mondiale soutenue ont suscité peu de turbulences, lors de la phase 2 impactée par l'instabilité politique, les dépenses massives dans l'effort et la lutte militaire contre l'Algérie et les mélanges armées du Polisario, l'embrasement des prix des produits énergétiques et une administration publique souffrante de beaucoup de maux dont principalement la mauvaise gouvernance et la corruption, a fait l'objet de beaucoup de chocs exogènes qui se sont traduits en chocs endogènes par la force des choses et par effet de causalité. Lors de la phase 3 dont l'épine dorsale est structurée autour d'un nouveau contrat social entre le pouvoir et le peuple, dessinant les traits d'un modèle économique aspirant à réaliser un décollage économique tout en préservant les équilibres budgétaires, en guise de capitalisation sur les expériences du passé surtout lors du PAS 1 et 2, une capitalisation qui a réussi à bien des égards, à préserver l'économie marocaine des aléas des crises de 2008 et de 2011 et à plus ou moins mieux amortir la crise suscitée par le covid19.

## **Conclusion**

Dans ce document, nous avons essayé d'examiner un modèle de prévision des crises économiques qui tiennent compte du clustering du processus économique. Le modèle est structuré sur la base du processus Hawkes auto-excité, dont l'intensité est déterminée par des événements passés (exogènes ou endogènes). Le modèle a été testé sur la variation de la croissance de l'économie marocaine sur une plage temporelle qui s'étale sur la période couvrant le début de l'indépendance jusqu'à 2019, une ère qu'on a scindée en trois phases distinctes suivant les spécificités des paramètres relevés sur le modèle en essayant de relativiser par rapport aux contextes économiques, sociaux et politiques de chaque époque. La qualité prédictive du modèle reste satisfaisante malgré les retards qui ont enregistré, dus principalement à des turbulences intempestives exogènes. Cette recherche nous ouvre la voie sur d'autres recherches complémentaires dans des ordres micro et macro économiques, en faisant appel à des analyses multidimensionnelles par secteur d'activité et par dimension spatiale revenant sur les impulse réponses des chocs et/ou éventuellement des break points.

## **Bibliographie**

- [1] Odean T. Do investors trade too much? American Economic Review 1999;89(5):1279–98.
- [2] Barber B, Odean T. Trading is hazardous to your wealth: The common stock investment performance of individual investors. Journal of Finance 2000;55(2):773–806.
- [3] Kahneman D. Thinking, fast and slow. - N.Y.: Penguin, 2011.
- [4] Penikas H, Proskurin S. How Well Do Analysts Predict Stock Prices? Evidence from Russia. Working papers by NRU Higher School of Economics. Series FE «Financial Economics», WP BRP 18/FE/2013.

- [5] Devenow A, Welch I. Rational herding in financial economics. *European E*[6]  
Sornette D. Critical market crashes. *Physics Reports* 2003;378(1):1-98.
- [7] Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis  
for point processes. *Journal of the American Statistical association* 1988;83  
(401):9-27.
- [8] Lewis, E., Mohler, G., Brantingham, P. J. and Bertozzi, A. L. (2012) Self-  
exciting point process models of civilian deaths in Iraq. *Security Journal*, 25(3),  
244-264.
- [9] Mohler, G. (2013) Modeling and estimation of multi-source clustering in crime  
and security data. *Ann. Appl. Stat.* 7(3), 1525-1539.
- [10] Egesdal, M., Fathauer, C., Louie, K. and Neuman, J. (2010) Statistical and  
Stochastic Modeling of Gang Rivalries in Los Angeles. *SIURO*, 3, 72-94.
- [11] Hegemann, R. A., Lewis, E. A. and Bertozzi, A. L. (2013) An "Estimate &  
Score Algorithm" for simultaneous parameter estimation and reconstruction of  
incomplete data on social networks. *Security Informatics*, 2(1).
- [12] Stomakhin, A., Short, M. B. and Bertozzi, A. L. (2011) Reconstruction of  
missing data in social networks based on temporal patterns of interactions. *Inverse  
Probl.* 27(11).
- [13] Egesdal, M., Fathauer, C., Louie, K. and Neuman, J. (2010) Statistical and  
Stochastic Modeling of Gang Rivalries in Los Angeles. *SIURO*, 3, 72-94.
- [14] Ross, S. (2010) *A First Course in Probability*. 8th ed. London: Pearson.
- [15] Chen, Z., Purdon, P., Brown, E. N. and Barbieri, R. (2012) A unified point  
process probabilistic framework to assess heartbeat dynamics and autonomic  
cardiovascular control. *Front. Physio.*, 3.

- [16] Ozaki, T. (1979) Maximum likelihood estimation of Hawkes' self-exciting point processes. *Ann. I. Stat. Math.*, 31(1), 145-155.
- [17] Scipy Optimize Minimize (2014) [online] Available at: <<http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.14.0/reference/generated/scipy.optimize.minimize.html#scipy.optimize.minimize>>[Accessed 20MAI. 2020].
- [18] Nelder, J. A. and Mead, R. (1965) A Simplex Method for Function Minimization. *Comput. J.*, 7(4), 308-313.
- [19] Ozaki, T. (1979) Maximum likelihood estimation of Hawkes' self-exciting point processes. *Ann. I. Stat. Math.*, 31(1), 145-155
- [20] Rasmussen, J. G. (2013) Bayesian Inference for Hawkes Processes. *Methodol. Comput. Appl.*, 15(3), 623-642.
- [21] Nichols, K. and Schoenberg, F. P. (2014) Assessing the dependency between the magnitudes of earthquakes and the magnitudes of their aftershocks. *Environmetrics*, 25(3), 143-151.