

Le filtrage islamique réduit-il les gains de diversification ? Étude sur le *Dow Jones Islamic Titans 100*

Ali KAFOU*E.N.C.G – C - Université Hassan II - Casablanca**Kafou.ali@gmail.com*

RÉSUMÉ

L'objectif de cet article est d'étudier l'impact du filtrage sur la diversification de l'investissement islamique en actions. En utilisant les données des sociétés de l'indice Dow Jones Islamic Titans 100 (*DJIT100*), la présente étude est menée sur la base de trois mesures de diversification, à savoir l'indice de diversification, le ratio de diversification et la réduction de la volatilité. Pour appliquer ces mesures, des portefeuilles hypothétiques ont été construits à l'aide d'un simulateur. Pour chaque portefeuille, les composants sont sélectionnés aléatoirement, tandis que leurs poids ont été calculés en résolvant un problème d'optimisation. Les résultats montrent que le nombre de titres requis pour une diversification raisonnable varie selon la mesure considérée et le portefeuille généré. En somme, même en considérant, conjointement, les trois mesures de diversification, l'univers d'investissement islamique permet une diversification raisonnable. En conséquence, le filtrage islamique ne semble pas avoir d'impact négatif sur la diversification.

Mots-clés : diversification, filtrage, mesures de diversification, risque.

ABSTRACT

This paper aims to study the impact of screening on the diversification of Islamic equity investment. Using data of listed companies in the Dow Jones Islamic Titans 100 index, this study is conducted based on three diversification measures, namely the diversification index, diversification ratio and volatility reduction. To implement these measures, hypothetical portfolios are built using a simulator. For each portfolio, components are selected randomly, while their weights are calculated by solving an optimization problem. The results show that the required securities' number for a reasonable diversification varies depending on the considered measure and the generated portfolio. In sum, even when considering the three diversification measures together, the Islamic investment universe allows reasonable diversification. Consequently, Islamic screening seems to have no negative impact on diversification.

Keywords: Diversification, Sharia-based screening, Diversification measures, Risk.

Introduction

L'évolution de l'industrie de la finance islamique (FI) s'est traduite par la croissance des actifs et le nombre de parties prenantes. La valeur totale du secteur en 2018 était estimée à 2,52 billions de dollars U.S., essentiellement composés de banques islamiques (environ 70 % du total des actifs) (ICD-REFINITIV, 2019). La FI a toutefois connu un ralentissement de son taux de croissance en 2018 (IFSB, 2019) ; la croissance enregistrée s'est ralentie, passant de 7 % en 2017 à 3 % (ICD-REFINITIV, 2019).

Étant donné que la FI est théoriquement sans intérêt, le besoin pour les marchés boursiers est beaucoup plus important dans un cadre islamique (Iqbal et Molyneux, 2005 : p.105). Pour Mirakhor (2010), la mise en place d'un marché boursier dynamique et conforme à la charia est une solution possible pour sortir de l'impasse actuelle de la FI qui est, en grande partie, basée sur le court-termisme et la recherche de marges bénéficiaires. En effet, l'investissement en actions est par sa nature de long terme (Muhyi al-Din, 1989) en plus de son étroite adhésion au principe de partage des profits et des pertes (PPP) qui constitue un idéal pour la FI (Naughton et Naughton, 2000 ; Khatkhatay et Nisar, 2007). D'après Guvenen (2007), le marché boursier est le mécanisme le plus sophistiqué de partage des risques. D'autre part, les portefeuilles d'actions ordinaires sont souvent le principal mode de placement ouvert aux investisseurs musulmans. En effet, l'Académie islamique de *fiqh* (IFA) s'est prononcée, dans sa résolution n° : 63/1/7, en faveur de l'investissement en actions des compagnies opérant dans des secteurs d'activité *halāl* (IRTI et IFA, 2000 ; Forte et Miglietta, 2007).

Alors que les secteurs économiques et bancaires islamiques ont reçu leur juste part de la recherche et de l'investigation, la littérature académique existant sur l'investissement islamique en actions est encore au stade embryonnaire (Hussein, 2004 et 2005 ; Guyot, 2011 ; Walkshäusl et Lobe, 2012a ; El Khamlichi et al., 2014 ; Bellalah et Chayeh, 2015). Cela persiste malgré la croissance et la popularité grandissante de cette classe d'investissements (Bellalah et Chayeh, 2015). D'autre part, les travaux empiriques ayant traité de la gestion des risques financiers en FI sont quasi inexistants ; les travaux académiques dans ce domaine, aussi rares soient-ils, prennent une forme normative. La gestion des risques de positions sur actions est d'autant plus importante que ce type d'investissement est un moyen pour réconcilier la FI avec le paradigme de PPP tant proclamé. Un paradigme souvent qualifié de « *missing principle* » de la FI (Kafou et Chakir, 2015a). D'autre part, l'analyse du profil de risque de l'investissement islamique en actions, qui est théoriquement l'un des principaux produits de placement islamiques, est d'un grand intérêt pour améliorer la gestion actif-passif

des banques islamiques et du secteur de l'assurance (Bellalah et Chayeh, 2015). En effet, une option disponible pour gérer les liquidités des institutions financières islamiques est l'investissement en actions sur les marchés boursiers (Hanif, 2011). Le présent papier va essayer de mettre le point sur l'impact du filtrage sur la diversification des portefeuilles d'actions conformes. Dans un premier lieu, le cadre théorique sera présenté très succinctement. Ce dernier va permettre de formuler la question centrale de recherche et l'hypothèse correspondante. Ensuite, les données ainsi que la méthodologie de recherche seront détaillées. En dernier lieu, les résultats de l'étude seront présentés et discutés.

1. Filtrage islamique et diversification : cadre théorique

Pour être en conformité avec la charia, les investissements doivent être en harmonie avec les objectifs de la charia et l'intérêt public. Par conséquent, toutes les pratiques actuelles d'investissement doivent être développées en gardant à l'esprit les concepts et principes de la charia (Noripah et Tsu, 2013). Investir en conformité avec la charia n'est pas un exercice simple ; il doit être considéré avec beaucoup de précautions afin d'assurer que les exigences de la charia sont remplies comme prévu par l'organe de surveillance de la conformité (c.-à-d., le comité charia). Les marchés de capitaux modernes sont caractérisés par l'existence d'instruments de placement complexes et la participation multidisciplinaire et globale des entreprises. Les chercheurs en charia sont donc tenus d'utiliser la logique déductive et analytique ainsi que l'interprétation religieuse (c.-à-d., *ijtihad*) pour extraire, des sources verbales de la charia, un ensemble de règles ou de lignes directrices qui seront utilisées pour déterminer, dans une perspective de conformité, les investissements qui peuvent être entrepris (Marzban et Asutay, 2012). L'investissement en actions est, par sa nature, classé comme étant conforme à la charia au vu de sa caractéristique de PPP (Marzban et Asutay, 2012). Cependant, du point de vue de la charia, une proposition d'investissement doit être évaluée sous deux angles : i) l'instrument ou la transaction et ii) la contrepartie dans cette transaction (Khatkhatay et Nisar, 2007). Si l'achat d'une action est une action légitime, la nature de la société émettrice peut rendre l'investissement *haram*. Ainsi, les valeurs objet d'investissement doivent répondre à certaines conditions. Ces conditions peuvent être groupées en deux catégories : des conditions liées au secteur d'activité (c.-à-d., filtrage sectoriel) de la société émettrice et des conditions relatives à la structure financière (c.-à-d., filtrage financier) de cette dernière.

Ces conditions ont pris la forme d'un ensemble de filtres qui correspondent à un niveau minimal de conformité avec la charia (Khatkhatay et Nisar, 2007). Le filtrage [islamique] est

une pratique qui consiste à inclure ou à exclure des titres, qui sont publiquement négociés, du portefeuille d'investissements sur la base des préceptes de la charia (Zaher and Hassan, 2001). Ainsi, le filtrage est un processus qui vise à identifier les investissements qui adhèrent aux principes de la charia et, par conséquent, acceptables pour les investisseurs de foi musulmane (Marzban et Asutay, 2012). La pratique du filtrage est relativement nouvelle en FI. En effet, jusqu'aux années 1970, la communauté musulmane était généralement réticente à l'égard du marché boursier en raison de l'interdiction, pure et simple, imposée par la charia sur le marché des capitaux (Sheila et al., 2013). Les critères de filtrage des actions, à inclure dans l'univers d'investissement, peuvent être positifs ou négatifs. L'utilisation des critères positifs implique qu'un poids plus important peut être donné à une société, lors de la construction du portefeuille, pour des facteurs tels qu'une bonne qualité des produits, la sécurité, la gestion du personnel, les relations avec la clientèle, l'implication dans la protection de l'environnement et la lutte contre la pollution, la gestion durable des forêts et la conservation de l'énergie. D'autre part, l'utilisation du filtrage négatif implique l'exclusion des sociétés de l'univers d'investissement en fonction de certains critères¹ (Obaidullah, 2005 : p.218).

Le processus de filtrage sectoriel étudie si les entreprises sont impliquées dans des activités, non conformes à la charia, telles que la vente d'alcool et les activités financières à base d'intérêt. Cela permet l'exclusion des entreprises dont l'activité principale n'est pas conforme à la charia (p. ex., les banques conventionnelles, les bars, les casinos, etc.). Le filtrage financier, quant à lui, mesure l'implication des entreprises dans des activités non conformes à la charia (p. ex., les revenus d'intérêt, le financement par la dette) (Marzban et Asutay, 2012). Pour plus de détails sur la pratique du filtrage, voir Kafou et Chakir (2014, 2015, 2017). Le tableau ci-après résume les filtres appliqués par les principaux indices boursiers islamiques :

Tableau 1 : Les filtres appliqués par les principaux fournisseurs d'indices boursiers islamiques

Indice	Filtres	Dénominateur	Numérateur				Seuil
			Σ dettes	Σ liquidités	Titres rapportant des intérêts	Σ créances	
Dow Jones (DJ)	Des dettes	\overline{CB} /24 derniers	✓				$\leq 33\%$
	Des créances ²					✓	$\leq 33\%$
	Des liquidités	mois		✓	✓		$\leq 33\%$
S & P	Des dettes	\overline{CB} /36 derniers	✓				$\leq 33\%$

¹ Les fonds islamiques d'investissement utilisent généralement les filtres négatifs.

² Il est utile de noter que jusqu'en 2006, le DJ utilisait le total de l'actif au dénominateur de ce filtre et un seuil de 45 % (Khatkhatay et Nisar, 2007 ; Sheila et al., 2013).

	Des créances	mois				✓	≤ 49%
	Des liquidités			✓	✓		≤ 33%
FTSE	Des dettes	TA	✓				≤ 33%
	Des créances			✓		✓	≤ 50%
	Des liquidités			✓			≤ 33%
MSCI ³	Des dettes	TA	✓				≤ 33.33%
	Des créances					✓	≤ 33.33%
	Des liquidités			✓	✓		≤ 33.33%

CB est la capitalisation boursière moyenne.

TA est le total de l'actif.

Total des dettes = dettes à court terme + portion échue des dettes à long terme + dettes à long terme.

Les créances comportent celles qui sont à court et à long terme.

Source : construction de l'auteur à partir de la documentation des indices en question (FTSE, 2011 ; MSCI, 2011 ; S&P, 2011 ; Dow Jones Indexes, 2012)

L'univers d'investissement conforme à la charia est donc un sous-ensemble d'un univers global qui est constitué de l'ensemble des actions disponibles sur une place financière. Ainsi, le filtrage restreint l'univers d'investissement, ce qui le rend *a priori* moins diversifié et donc plus risqué.

Si l'on garde à l'esprit que la charia n'encourage pas la prise de risque excessif et que l'investissement islamique vise à atteindre l'objectif d'une société idéale avec moins de risques (Jawadi et al., 2018), le filtrage nous amènerait à un dilemme (Hashim, 2008).

Les craintes formulées incluent la possibilité d'augmentation de la volatilité ; la diminution des rentabilités ; les coûts supplémentaires, considérés comme des coûts cachés, pour le suivi et la mise en œuvre des différents filtres et finalement, la réduction du potentiel de diversification (Sauer, 1997 ; Hussein, 2004 ; Hussein, 2005 ; Albaity et Ahmad, 2011 ; Peillex et Ureche-Rangau, 2013). D'après Jawadi et al. (2018), l'investissement islamique impose des contraintes supplémentaires et courent en réalité, en plus du risque financier traditionnel, un risque supplémentaire dû au manque de choix et de diversification des investissements.

Selon Sauer (1997), le filtrage tend particulièrement à éliminer les grandes firmes de l'univers d'investissement et comme résultat, les sociétés restantes sont de petite taille et caractérisées par des rendements faibles et une plus grande volatilité. Pour Al-Shakfa et Lypny (2011), les portefeuilles restreints sont soumis à un risque idiosyncrasique plus grand si la diversité du choix demeure insuffisante. L'ampleur des restrictions à la diversification est fonction du

³ Il est utile de noter que MSCI a lancé en juin 2015 la série M-Islamic. Cette dernière utilise la moyenne de la capitalisation boursière sur les 36 mois précédant la révision de l'indice. Cette série vise essentiellement à donner aux investisseurs le choix entre la capitalisation boursière et le total de l'actif. Les mêmes seuils du tableau 1.3 sont retenus, sauf pour le filtre des créances pour lequel un seuil de 49 % est retenu (MSCI, 2015).

biais introduit par le filtrage en faveur ou contre certaines classes d'activités (Sauer, 1997). De plus, le filtrage islamique est considéré comme étant plus strict que celui généralement pratiqué par l'investissement socialement responsable (ISR) (Albaity et Ahmad, 2011). Ainsi, il est tout à fait légitime de se demander : *est-ce que le filtrage conduit à la réduction du potentiel de diversification de l'investissement islamique en actions ?* La réponse à cette question est d'une importance capitale. En effet, même si l'investissement conforme à la charia est fidèle aux valeurs morales, il devrait être au moins aussi compétitif que l'investissement conventionnel (Jawadi et al., 2018).

La diversification repose sur l'exploitation des corrélations moins que parfaites entre les titres. Tous les gains qui peuvent être réellement obtenus par la diversification des portefeuilles viennent du fait i) que certains actifs risqués sont corrélés négativement avec les indices boursiers (et avec d'autres actifs) et ii) que les variances résiduelles ne sont pas nulles, ce qui implique que les corrélations (positives) avec les indices boursiers et les autres actifs ne sont pas parfaites. Sur le plan pratique, dans un portefeuille d'actions ordinaires, la deuxième source de gains de diversification est beaucoup plus importante que la première. En effet, peu d'actions ont des corrélations négatives avec les indices boursiers et l'offre de ces quelques exceptions sera relativement limitée (Lintner, 1965). Ainsi, les variances des titres, en soi, ajoutent peu au risque : ce sont les covariances qui sont importantes (Markowitz, 1959). En effet, au sein d'un portefeuille, le degré de risque d'une action n'est pas correctement ou directement mesuré par l'écart-type de sa rentabilité (Lintner, 1965).

Une question cruciale pour tout investisseur est de savoir combien de titres il doit détenir afin de parvenir à une diversification adéquate. La diversification complète serait atteinte si l'on détenait une part du portefeuille de marché, défini comme le portefeuille incluant tous les actifs. Une diversification adéquate est obtenue lorsque la variabilité du portefeuille détenu n'est pas significativement différente de celle du portefeuille de marché (Woerheide et Persson, 1993). L'une des suppositions courantes est que le filtrage conduit à un univers d'investissement plus petit, ce qui limite les possibilités de choix (Noripah et Tsu, 2013). En effet, les opposants à l'utilisation du filtrage, dans les décisions d'investissement, avancent généralement que ce dernier peut réduire l'univers d'investissement.

Johnson et Neave (1996) cité dans Obaidullah (2007) postulent que les choses seraient différentes dans le cadre de la FI à cause des restrictions qu'elle impose sur les possibilités d'investissement. Cela aura comme effet de rejeter les titres qui ne satisfont pas les conditions de conformité avec la charia, ce qui va créer un univers d'investissement moins diversifié. La

conséquence serait un déplacement des frontières efficientes vers l'Est (c.-à-d., plus de risque pour les mêmes niveaux de rentabilités espérées). Toutefois, il convient de signaler que le risque qui peut être éliminé par la diversification est limité. Au-delà d'un certain nombre, le fait d'ajouter un actif au portefeuille ne va pas diminuer le risque. Pour Noripah et Tsu (2013 : p.113), un portefeuille bien diversifié comporte en moyenne entre 150 et 200 composantes. Obaidullah (2007) et Hull (2009 : p.497) avancent qu'un portefeuille d'actions constitué juste d'une trentaine d'actifs peut reproduire tous les bénéfices de la réduction du risque par la diversification. D'autre part, il y a peu d'évidence que le filtrage islamique élimine toutes les grandes firmes. En effet, parmi les 10 plus grandes capitalisations boursières du DJ World Global, six figurent parmi le DJ Islamic Market Index (Noripah et Tsu, 2013 : p.132). Plusieurs études antérieures ont débouché sur l'absence de différence significative, quant à la performance, entre les indices conventionnels et les IBIs, voire la surperformance de ces derniers. Selon Forte et Miglietta (2007), l'explication des performances similaires provient du fait que le seuil minimal (c.-à-d., le nombre d'actions) nécessaire pour éliminer les risques spécifiques et diversifiables est garanti. Le terme « minimal » est utilisé au sens que la diversification au-delà de ce seuil a peu de valeur économique en matière de réduction des risques et peut engendrer des coûts importants liés aux transactions et à la surveillance (Woerheide et Persson, 1993). Ainsi, l'hypothèse de recherche est formulée comme suit :

H1 : le filtrage n'a pas d'impact sur la diversification de l'investissement islamique en actions.

2. Données et méthodologie

Dans cette section, la démarche suivie pour répondre à la question de recherche soulevée est présentée. En premier lieu, les données utilisées dans l'étude sont décrites. En second lieu, la méthodologie adoptée pour mener l'étude est détaillée.

2.1. Échantillon et données :

L'étude de la diversification nécessitera la simulation de portefeuilles hypothétiques. Ainsi, il est nécessaire de disposer d'un échantillon de sociétés conformes à la charia pour générer ces portefeuilles. Les entreprises de l'indice *DJIT100* seront utilisées à cette fin. Les entreprises de l'indice *DJIT100* ont été choisies en premier lieu pour leur liquidité. Même s'il est difficile de spécifier le biais introduit par l'usage de ce critère de sélection (c.-à-d., la liquidité), il mène à la sélection des entreprises les plus grandes, les plus vieilles et les plus prospères dans

l'économie. Ainsi, les entreprises sélectionnées représentent un intérêt particulier en tant que tel, même si les recherches ultérieures devraient découvrir que les conclusions de la présente étude ne peuvent être étendues hors de l'échantillon.

Pour l'étude de la diversification, c'est surtout la structure des covariances qui est plus importante et non la variance des rentabilités, ce qui implique que d'autres choix d'échantillons peuvent être faits.

Les entreprises sélectionnées présentent l'avantage de disponibilité d'un historique allant jusqu'à 60 ans pour certaines d'entre elles. Cela implique l'existence de zones d'intersections très importantes, dans l'historique, entre les cours des différents titres. Tous les éléments précités vont faire en sorte que les estimations deviennent plus précises et que les matrices des covariances soient cohérentes. Deux caractéristiques essentielles pour l'étude de la diversification. D'autre part, les actions des grandes entreprises sont typiquement suivies par un grand nombre d'investisseurs, ce qui fait que l'information disponible sur le marché est reflétée dans leurs cours plus correctement que c'est le cas pour les actions des petites d'entreprises (Luoma et al., 1993). Un autre avantage de l'indice *DJIT100* est l'existence d'ETFs (p. ex., *Paribas Easy DJ Islamic Market Titans 100 UCITS ETF*) qui traquent la performance de cet indice. Cela va rendre le suivi de la conformité des sociétés de cet indice plus facile.

Les données des sociétés de l'indice, à savoir : les cours ; le bêta et la capitalisation boursière ont été majoritairement obtenues sur Yahoo Finance. La série des cours comprend les prix de clôture, les dividendes et les opérations de fractionnement qui sont les trois éléments nécessaires pour le calcul des rentabilités. Les données manquantes ont été obtenues des sites respectifs des différentes sociétés concernées. Les données recueillies couvrent la période allant de la création ou de la première donnée disponible jusqu'au 31/12/2015. Pour les sociétés ayant disparu avant cette date, suite à des fusions ou des radiations, l'historique couvre jusqu'à la date de la fusion ou de la radiation de la cote. L'annexe 1 résume la composition de l'échantillon et l'historique disponible de chaque société cet échantillon.

2.2. Méthodologie :

Une question récurrente dans la littérature sur la diversification est de déterminer le nombre minimal de titres requis pour atteindre une diversification adéquate (Woerheide et Persson, 1993). Un portefeuille bien diversifié est celui qui devrait être à l'abri des chocs causés par un seul ou quelques actifs (O'Toole, 2014). Ainsi, la diversification est étudiée ici dans une

perspective de risque et non d'allocation des fonds. Un investisseur a surtout besoin d'une mesure « *spot* » de diversification, basée sur la répartition des poids représentant la proportion du portefeuille investi dans chaque titre (Woerheide et Persson, 1993).

Il est relativement facile de déterminer, de manière analytique, la composition permettant une bonne diversification du portefeuille en cas de poids identiques pour tous les actifs le composant (Moraux, 2010). Cependant, même si un investisseur détient un portefeuille réparti uniformément à un moment donné, un tel portefeuille deviendrait déséquilibré pour deux raisons (Woerheide et Persson, 1993). i) Les prix des différents titres changent à des vitesses différentes. ii) Les changements dans la composition du portefeuille qui résultent de l'ajout et du retrait du *cash*.

Il existe plusieurs indices pour la mesure du degré de diversification d'un portefeuille. Woerheide et Persson (1993) ont montré que le complément de l'indice de *Herfindahl* est le meilleur parmi cinq mesures testées⁴ et ont jugé que son pouvoir explicatif est suffisant pour un usage général. Un résultat important de cette étude est que cet indice peut être utilisé même pour les portefeuilles non équipondérés. Cet indice est donné par :

$$ID = 1 - IH = 1 - \sum_{i=1}^N W_i^2 \quad (2.1)$$

Avec *ID* étant l'indice de diversification et *IH* celui de *Herfindahl*. Le « *N* » représente le nombre d'actions dans le portefeuille et « *W_i* » est le poids de l'actif « *i* » exprimé en pourcentage de la valeur du portefeuille.

Il est évident que pour un portefeuille composé d'une seule action, l'ID est de 0 alors que pour un portefeuille de 100 actions, de poids égaux (c.-à-d., $W_i = 1/100$), cet indice est de 0,99. En règle générale, un portefeuille avec un ID dépassant 0,91 est adéquatement diversifié (Woerheide et Persson, 1993). O'Toole (2014) souligne qu'une limite importante des IDs est qu'ils peuvent générer des estimations trompeuses de la diversification en présence des corrélations négatives entre les actifs, contrairement au ratio de diversification (RD) qui distingue clairement les effets des corrélations positives et négatives sur la diversification du portefeuille. Le ratio de diversification proposé par Choueifaty et Coignard (2008) est donné par :

$$RD(W) = \frac{W'V}{\sqrt{W'\Sigma W}} \quad (2.2)$$

⁴ À savoir l'indice de concentration, l'exponentiel de l'entropie, l'entropie et l'indice de Rosenbluth et Marfels.

Les vecteurs « W » et « V » contiennent respectivement les poids et les volatilités des actions. La matrice « Σ » est celle des covariances. Le RD prend sa valeur maximale, pour le portefeuille le plus diversifié⁵ (MDP), si l'égalité suivante est réalisée :

$$RD_{\max} = \sqrt{l' C^{-1} l} \quad (2.3)$$

La matrice « C » est celle des corrélations et le vecteur « l » contient des 1. Le RD est minoré par 1, alors qu'il n'est pas majoré. Les grandes valeurs du RD traduisent les bienfaits de la diversification dus à une corrélation moins que parfaite entre les actifs.

Le RD n'est rien d'autre que le rapport entre la volatilité moyenne des titres composant le portefeuille et la volatilité de ce dernier. Cela capture l'essence de la diversification. En effet, la rentabilité d'un portefeuille est égale à la moyenne pondérée des rentabilités des actifs le constituant. Cependant, le risque du portefeuille est inférieur à la moyenne pondérée des volatilités des actifs. L'égalité sera satisfaite uniquement si tous les actifs sont parfaitement et positivement corrélés (Schoen, 2013).

L'un des faits marquants, au sujet des portefeuilles d'actifs, est que même pour un portefeuille bien diversifié, la volatilité est presque égale à la moitié de la volatilité moyenne des actifs qui le constituent (Roll, 2013). Ainsi, un $RD \geq 2$ serait synonyme d'une diversification raisonnable.

Un autre critère, pour l'étude de la diversification, repose sur le fait qu'un portefeuille, de taille minimale, peut atteindre une diversification raisonnable à travers la réduction de la volatilité. Ainsi, une bonne diversification permet de réduire le risque non systématique de 80 % à 87,5 % (Woerheide et Persson, 1993). Si l'écart-type moyen des « N » actions composant le portefeuille est noté $\bar{\sigma}_p$ et que l'écart-type du portefeuille de marché est noté σ_B , une diversification qui permet une réduction entre 0,80 ($\bar{\sigma}_p - \sigma_B$) et 0,875 ($\bar{\sigma}_p - \sigma_B$) du risque est considérée comme satisfaisante. Ainsi, un portefeuille diversifié aura un écart-type compris entre $\sigma_{p\text{ diver}} = \sigma_B + 0,20 \cdot (\bar{\sigma}_p - \sigma_B)$ et $\sigma_{p\text{ diver}} = \sigma_B + 0,125 \cdot (\bar{\sigma}_p - \sigma_B)$ (Woerheide et Persson, 1993).

Pour pouvoir mettre en place les différents tests de diversification, un simulateur de portefeuilles a été programmé sous Matlab en utilisant les données des sociétés de l'indice *DJIT100*. La composition du portefeuille est générée d'une manière aléatoire en augmentant,

⁵ La notion du MDP est propre à la composition de chaque portefeuille et n'est pas mesurée par rapport au marché. Autrement dit, pour les actifs constituant un portefeuille, le RD_{\max} mesure le niveau maximal de diversification que l'on peut atteindre en combinant ces derniers.

à chaque simulation, le nombre d'actions dans le portefeuille. Partant du fait qu'un investisseur rationnel n'acceptera pas de détenir un portefeuille non efficient, les poids des différents titres ne peuvent pas être générés de manière aléatoire. Ainsi, un programme d'optimisation décrit par le système d'équations (2.4) est résolu pour le calcul des poids.

$$\begin{aligned} \min \quad & f(w) = \sigma_p^2 \\ \text{Sc.} \quad & \begin{cases} \mu_p = \mu_{Bench} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad \text{avec } 0 < w_i < 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.4)$$

La contrainte $\mu_p = \mu_{bench}$ permet de s'assurer que le gain de diversification est mesuré par rapport à un portefeuille efficient. Le benchmark retenu ici est le *DWG*.

Vu les contraintes supplémentaires imposées (voir équation (2.4)), le RD_{max} ne sera pas atteint. En effet, le RD_{max} sera atteint uniquement si les corrélations entre chaque actif dans le portefeuille et le portefeuille, lui-même, sont toutes égales, ce qui fait que les MDP sont des stratégies de parité des corrélations⁶ (c.-à-d., *Correlation Parity strategies*) (Schoen, 2013). Ainsi, un critère additionnel sera retenu qui est le portefeuille qui minimise le ratio

$$\frac{RD_{max} - RD_{calculé}}{RD_{calculé}} \text{ une fois que les autres critères sont satisfaits.}$$

3. Résultats et discussions

Dans cette section, les résultats de l'étude de la diversification seront présentés et discutés. Le tableau 1 illustre en détail les résultats pour les trois premiers portefeuilles dont la composition est générée de manière aléatoire à l'aide d'un simulateur. Le premier constat est que chaque mesure donne un nombre différent de composantes qui satisfont les conditions d'une bonne diversification. De plus, ce nombre dépend aussi du portefeuille généré. Cela peut être expliqué par le fait que ni les corrélations ni les rentabilités espérées des différents titres ne sont les mêmes.

⁶ Il est utile de signaler que cette classe de stratégies n'est pas une solution optimale pour l'allocation des fonds entre les différents actifs que sous des conditions très particulières (Schoen, 2013).

Tableau 1 : évolution de l'ID, du RD et de la volatilité du portefeuille en fonction du nombre d'actions⁷.

Nbr.	Portefeuille 1					Portefeuille 2					Portefeuille 3				
	ID	σ_P	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ	ID	σ_P	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ	ID	σ_P	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ
2	22,33 %	2,816 %	87,816 %	1,112	21,26 %	44,00 %	3,250 %	92,614 %	1,164	10,93 %	N/A ⁸				
3	51.89 %	2,342 %	62,498 %	1,356	16,24 %	66,31 %	2,075 %	48,460 %	1,498	2,74 %	55.78 %	1,867 %	48,834 %	1,394	6.48 %
4	70.83 %	1,872 %	42,960 %	1,564	5.46 %	74,61 %	1,859 %	41,573 %	1,578	2,14 %	74.71 %	1,498 %	30,680 %	1,633	1,05 %
5	79.41 %	1,735 %	30,940 %	1,823	0,54 %	79,51 %	1,636 %	32,530 %	1,698	3,25 %	79.88 %	1,497 %	27,539 %	1,751	1,11 %
6	82.93 %	1,528 %	24,328 %	1,905	1,48 %	83,07 %	1,535 %	29,007 %	1,790	4,39 %	83.27 %	1,497 %	27,157 %	1,793	0,34 %
7	85.28 %	1,527 %	23,181 %	1,962	2,17 %	85,56 %	1,432 %	20,949 %	1,943	3,23 %	85.52 %	1,473 %	26,726 %	1,789	2,58 %
8	86.99 %	1,435 %	19,374 %	2,030	2,57 %	87,50 %	1,410 %	19,323 %	2,030	2,83 %	87.35 %	1,360 %	21,297 %	1,832	3,16 %
9	88.41 %	1,435 %	18,533 %	2,093	1,89 %	88,88 %	1,409 %	18,664 %	2,067	3,15 %	88.55 %	1,358 %	20,165 %	1,890	3,42 %
10	89.56 %	1,402 %	17,430 %	2,100	3,64 %	89,95 %	1,409 %	17,424 %	2,147	0,85 %	89.75 %	1,295 %	17,137 %	1,893	3,44 %
11	90.56 %	1,337 %	15,255 %	2,095	3,87 %	90,78 %	1,409 %	17,502 %	2,194	2,04 %	90.56 %	1,285 %	16,588 %	1,899	3,88 %
12	91.28 %	1,337 %	15,358 %	2,083	4,91 %	91,62 %	1,366 %	15,411 %	2,245	4,69 %	91.37 %	1,285 %	16,124 %	1,928	2,51 %
13	92.03 %	1,315 %	14,570 %	2,080	5,15 %	92,31 %	1,335 %	13,304 %	2,336	4,41 %	91.90 %	1,285 %	15,494 %	1,970	1,77 %
14	92.59 %	1,240 %	11,022 %	2,111	7,09 %	92,79 %	1,335 %	12,654 %	2,383	3,54 %	92.71 %	1,244 %	13,357 %	1,960	5,59 %
15	93.10 %	1,193 %	8,548 %	2,128	6,94 %	93,19 %	1,335 %	12,834 %	2,348	5,11 %	93.14 %	1,203 %	10,518 %	2,012	6,64 %
16	93.50 %	1,160 %	6,534 %	2,172	7,57 %	93,65 %	1,335 %	12,650 %	2,380	4,25 %	93.55 %	1,176 %	8,441 %	2,073	7,17 %
17	93.87 %	1,160 %	6,342 %	2,211	6,66 %	94,11 %	1,329 %	12,732 %	2,371	8,76 %	93.91 %	1,155 %	6,926 %	2,101	6,84 %
18	94.19 %	1,153 %	5,892 %	2,217	8,83 %	94,43 %	1,294 %	11,302 %	2,397	8,67 %	94.30 %	1,155 %	6,584 %	2,165	4,84 %
19	94.47 %	1,153 %	4,142 %	2,300	12,83 %	94,72 %	1,239 %	9,105 %	2,416	9,02 %	94.50 %	1,147 %	6,105 %	2,178	10,74 %
20	94.76 %	1,148 %	3,996 %	2,296	13,78 %	94,98 %	1,206 %	7,532 %	2,451	9,15 %	94.81 %	1,136 %	5,386 %	2,186	11,13 %
21	95.02 %	1,124 %	3,004 %	2,324	13,60 %	95,22 %	1,177 %	6,171 %	2,475	9,19 %	95.21 %	1,129 %	4,849 %	2,189	11,19 %
22	95.26 %	1,124 %	3,020 %	2,338	13,52 %	95,38 %	1,176 %	6,051 %	2,471	9,80 %	95.36 %	1,123 %	4,238 %	2,252	11,28 %
23	95.47 %	1,124 %	3,032 %	2,349	13,70 %	95,59 %	1,171 %	5,928 %	2,452	10,69 %	95.51 %	1,123 %	4,014 %	2,310	9,52 %
24	95.66 %	1,116 %	2,708 %	2,345	14,61 %	95,77 %	1,171 %	6,017 %	2,428	11,76 %	95.61 %	1,123 %	3,861 %	2,344	10,67 %
25	95.84 %	1,116 %	2,727 %	2,354	14,34 %	95,82 %	1,159 %	5,214 %	2,458	12,57 %	95.97 %	1,123 %	3,772 %	2,414	9,37 %
26	96.00 %	1,116 %	2,728 %	2,361	14,37 %	96,01 %	1,138 %	4,119 %	2,494	12,37 %	96.13 %	1,123 %	3,741 %	2,425	9,22 %
27	96.15 %	1,116 %	2,783 %	2,332	17,03 %	96,17 %	1,115 %	2,978 %	2,516	12,44 %	96.26 %	1,123 %	3,742 %	2,424	9,30 %
28	96.30 %	1,116 %	2,782 %	2,349	16,33 %	96,37 %	1,084 %	1,302 %	2,584	14,09 %	96.40 %	1,123 %	3,805 %	2,399	10,73 %
29	96.43 %	1,116 %	2,844 %	2,327	17,62 %	96,46 %	1,071 %	0,613 %	2,633	14,03 %	96.48 %	1,123 %	3,751 %	2,412	10,25 %
30	96.55 %	1,105 %	2,301 %	2,343	17,46 %	96,57 %	1,065 %	0,301 %	2,626	14,40 %	96.59 %	1,123 %	3,732 %	2,418	13,12 %
Nbr. retenu			12			14					18				

Source : construction de l'auteur⁷ Par nombre d'actions, il faut entendre le nombre de valeurs émises par des sociétés distinctes.⁸ Aucune solution n'est possible dans ce cas pour le programme d'optimisation décrit par l'équation (2.4).

La composition⁹ des trois premiers portefeuilles est donnée par :

✓ Le portefeuille 1

$$P_1 = 8,107 \% \cdot X_{20} + 8,488 \% \cdot X_{22} + 8,068 \% \cdot X_{37} + 8,127 \% \cdot X_{50} + 8,846 \% \cdot X_{54} + 8,297 \% \cdot X_{57} + 8,066 \% \cdot X_{69} + 3,612 \% \cdot X_{70} + 8,125 \% \cdot X_{72} + 8,908 \% \cdot X_{81} + 9,172 \% \cdot X_{83} + 12,185 \% \cdot X_{99}$$

✓ Le portefeuille 2

$$P_2 = 8,188 \% \cdot X_{11} + 7,126 \% \cdot X_{12} + 7,202 \% \cdot X_{15} + 6,484 \% \cdot X_{23} + 6,592 \% \cdot X_{25} + 6,304 \% \cdot X_{32} + 7,027 \% \cdot X_{34} + 8,138 \% \cdot X_{35} + 7,040 \% \cdot X_{52} + 6,240 \% \cdot X_{53} + 6,651 \% \cdot X_{55} + 7,639 \% \cdot X_{82} + 6,819 \% \cdot X_{87} + 8,549 \% \cdot X_{99}$$

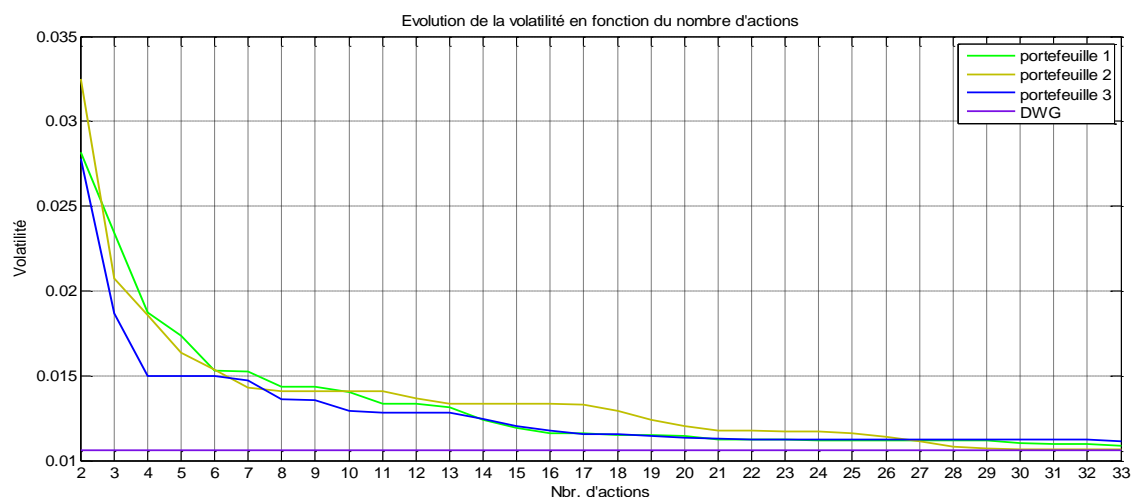
✓ Le portefeuille 3

$$P_3 = 4,161 \% \cdot X_7 + 5,313 \% \cdot X_8 + 5,736 \% \cdot X_{13} + 5,189 \% \cdot X_{14} + 5,511 \% \cdot X_{15} + 5,911 \% \cdot X_{27} + 5,157 \% \cdot X_{28} + 4,524 \% \cdot X_{36} + 4,987 \% \cdot X_{41} + 5,557 \% \cdot X_{44} + 6,789 \% \cdot X_{62} + 5,829 \% \cdot X_{65} + 5,437 \% \cdot X_{67} + 4,838 \% \cdot X_{75} + 5,323 \% \cdot X_{78} + 5,838 \% \cdot X_{81} + 5,521 \% \cdot X_{95} + 8,379 \% \cdot X_{99}$$

Le détail des compositions des autres portefeuilles est donné en l'annexe 3.

Le nombre requis d'actions pour une diversification raisonnable varie entre 12 et 22¹⁰. Le critère de réduction de la volatilité s'avère être le plus laxiste. Cela est dû au fait que généralement, comme illustré dans le graphique 1, une douzaine d'actions est suffisante pour réduire plus de 80 % du risque total mesuré par l'écart-type.

Figure 1 : L'évolution de la volatilité en fonction du nombre d'actions



Source : construction de l'auteur à partir du tableau 1

⁹ Les sociétés de l'indice DJIT100 ont été numérotées de 1 à 100. Les indices des « X_i » ainsi que la colonne « Code » dans l'annexe correspondent aux numéros attribués aux valeurs dans la base de données.

¹⁰ Il est utile de rappeler que le « Δ » n'est pas un critère en soi, mais introduit pour minimiser la perte de diversification due aux conditions imposées sur les poids des différentes actions.

Ce critère est suivi par le RD et, finalement, l'ID est le plus strict. La différence entre ces deux dernières mesures est que la première prend en considération le sens des corrélations, alors que pour la deuxième, les actions sont traitées sur le même pied d'égalité, quelle que soit leur corrélation avec les autres titres composant le portefeuille. Étant donné que les corrélations moins que parfaites sont importantes pour la diversification, cela est capté par le RD, mais pas par l'ID. De plus, la présence de corrélations négatives entre certaines actions de l'échantillon réduit davantage le nombre requis d'actions. En prenant en considération ces éléments, il devient compréhensible que le RD affiche un nombre inférieur d'actions permettant d'atteindre une diversification raisonnable que celui indiqué par l'ID. L'étude a été complétée par l'ajout du « Δ » qui mesure la différence relative entre le RD et le RD_{max}. Le critère « Δ » a permis d'ajouter jusqu'à 12 actions supplémentaires au portefeuille. Le tableau 2 résume les résultats obtenus sur les 27 simulations restantes (le détail des simulations est donné en annexe 2).

Tableau 2 : Le nombre retenu d'actions selon les critères de diversification considérés

Portefeuille	Critère				Portefeuille	Critère			
	ID	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ		ID	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ
4	12	9	12	13	18	18	18	18	20
5	12	6	6	15	19	22	12	22	24
6	12	8	8	12	20	17	5	10	20
7	15	9	15	15	21	15	13	13	27
8	13	7	13	13	22	12	8	10	12
9	12	8	10	14	23	12	8	8	12
10	12	10	10	12	24	14	7	12	17
11	13	4	13	13	25	12	5	7	13
12	17	8	17	20	26	12	9	9	12
13	12	12	12	14	27	13	4	11	16
14	13	10	10	23	28	12	9	9	12
15	13	8	7	15	29	13	7	10	16
16	12	10	13	13	30	12	13	11	13
17	12	6	9	17	Synthèse ¹¹	ID	$\frac{\sigma_p - \sigma_b}{\bar{\sigma}_p - \sigma_b}$	RD	Δ
Min						11	3	6	12
Max						22	18	22	27
Moyenne						13,30	8,63	11,20	15,57

Source : construction de l'auteur

¹¹ Y compris les trois premiers portefeuilles.

En somme, même en prenant le critère affichant le nombre maximal de titres à inclure dans le portefeuille, l'univers de l'investissement islamique en actions permet d'opérer une diversification raisonnable. Ce résultat vient corroborer celui de Arouri et al. (2013) ayant rapporté que les indices islamiques sont caractérisés par des rendements élevés, un risque systématique réduit et des avantages de diversification. En rappelant l'hypothèse qui stipule que *le filtrage n'a pas d'impact sur la diversification de l'investissement islamique en actions*, on peut dire que cette dernière *est validée* par la présente étude.

Conclusion

La diversification constitue, selon Choueifaty et Coignard (2008), le seul « *free lunch* » de la finance. Il faut garder à l'esprit que la diversification, malgré son importance, n'est pas une garantie contre la perte, mais seulement une garantie contre tout perdre d'un seul coup (Bernstein, 1996 : p.336). L'absence de possibilités d'opérer une diversification raisonnable, à partir de l'univers d'investissement résultant du filtrage, serait très préjudiciable à l'investissement islamique en actions. Le présent papier s'est fixé comme objectif d'étudier l'impact de l'exclusion des firmes non conformes à la charia sur la diversification des portefeuilles conformes à la charia. L'étude mobilise une série de mesures appliquées à des portefeuilles hypothétiques simulés à partir des valeurs de l'IBI *DJIT100*. Les résultats montrent que le nombre d'actions permettant une bonne diversification dépend de la mesure utilisée et du portefeuille généré. En somme, l'étude de la diversification fait ressortir que l'univers d'investissement islamique en actions, tel qu'il ressort du filtrage, offre des possibilités pour opérer une diversification raisonnable. Ainsi, les investisseurs guidés par leur foi peuvent, à partir des valeurs conformes à la charia qui sont disponibles actuellement, constituer des portefeuilles qui *bénéficient significativement des effets de la diversification*.

Références

- Al-Shakfa, O. and Lypny, G. (2011) "Islamic Investment and the Cost of Observance", *The Journal of Investing*, 20(2), pp. 101–109.
- Albaity, M. and Ahmad, R. (2011) "Return performance, leverage effect, and volatility spillover in Islamic stock indices evidence from DJIMI, FTSEGII and KLSI", *Investment Management and Financial Innovations*, 8(3), pp. 161–171.
- Arouri, M. E. et al. (2013) "Are Islamic finance innovations enough for investors to escape from a financial downturn ? Further evidence from portfolio simulations", *Applied Economics*, 45(24), pp. 3412–3420.
- Bellalah, M. and Chayeh, Z. (2015) "Advanced risk profile analysis of Islamic equity investment: evidence from the American, Asian and European markets", *Journal of Risk*, 17(6), pp. 73–99.
- Bernstein, P. I (1996) *The Remarkable Story of Risk*. 1st edit. New York: John Wiley & Sons.

- Choueifaty, Y. and Coignard, Y. (2008) “Toward Maximum Diversification”, *The Journal of Portfolio Management*, 35(1), pp. 40–51.
- Dow Jones Indexes (2012) *Guide to the Dow Jones Islamic Market Indexes*. Available at: http://www.djindexes.com/mdsidx/downloads/meth_info/Dow_Jones_Islamic_Market_Indices_Methodology.pdf (Accessed: 1 February 2014).
- Forte, G. and Miglietta, F. (2007) “Islamic mutual funds as faith-based funds in a socially responsible context”, *Social Science Research Network (SSRN)*, pp. 1–27.
- FTSE (2011) *FTSE Shariah Global Equity Index Series*. Available at: http://www.ftse.com/Indices/FTSE_Shariah_Global_Equity_Index_Series/.....Downloads/FTSE_Shariah_Global_Equity_Index_Series_Factsheet.pdf (Accessed: 3 January 2014).
- Güvenen, F. (2007) “Do Stockholders Share Risk more Effectively than Nonstockholders?”, *The Review of Economics and Statistics*, 89(2), pp. 275–288.
- Guyot, A. (2011) “Efficiency and Dynamics of Islamic Investment: Evidence of Geopolitical Effects on Dow Jones Islamic Market Indexes”, *Emerging Markets Finance and Trade*, 47(6), pp. 24–45.
- Hanif, M. (2011) “Risk and Return under Shari’a Framework: An Attempt to Develop Shari’a Compliant Asset Pricing Model-SCAPM”, *Pakistan Journal of Commerce and Social Sciences*, 5(2).
- Hashim, N. (2008) *The FTSE Global Islamic and the Risk Dilemma*, *AIUB Business and Economics Working Paper series*.
- Hull, J. (2009) *Options, Futures and other Derivatives*. 7th edit. New Jersey: Pearson Education International.
- Hussein, K. A. (2004) “Ethical Investment: Empirical Evidence from FTSE Islamic Index”, *Islamic Economic Studies*, 12(1), pp. 21–40.
- Hussein, K. A. (2005) “Islamic Investment: Evidence From Dow Jones and FTSE indices”, in *6th International Conference on Islamic Banking and Finance, November 21-24*. Jakarta, Indonesia, pp. 1–14.
- ICD-REFINITIV (2019) *Islamic Finance Development Report 2019: Shifting Dynamics*.
- IFSB (2019) *Stability Report 2019*. Available at: <https://www.theedgemarkets.com/article/malaysias-islamic-banking-industry-will-achieve-40-market-share-2020-says-aibim>.
- Iqbal, M. and Molyneux, P. (2005) *Thirty Years of Islamic Banking History, Performance and Prospects*. New York: Palgrave Macmillan.
- IRTI and IFA (2000) *Resolutions and Recommendations of the Council of the Islamic Fiqh Academy 1985-2000*. Jeddah: Organization of the Islamic Conference Islamic Fiqh Academy.
- Jawadi, F., Jawadi, N. and Cheffou, A. I. (2018) “Uncertainty assessment in socially responsible and Islamic stock markets in the short and long terms: an ARDL approach”, *Applied Economics*. Routledge, 50(39), pp. 4286–4294. doi: 10.1080/00036846.2018.1441525.
- Kafou, A. and Chakir, A. (2014) “Construction d’un indice boursier islamique à la Bourse des valeurs mobilières de Casablanca”, *Cahiers de Recherche en Sciences de Gestion*, 2, pp. 215–243.
- Kafou, A. and Chakir, A. (2015a) “Commodity risk hedging through risk sharing: reengineering Islamic forwards”, *Journal of Risk*, 17(6), pp. 101–123.
- Kafou, A. and Chakir, A. (2015b) “The Day of the Week Effect on Islamic Stock Market Returns: Evidence from Dow Jones Islamic Market Index”, *Journal of Islamic Economics, Banking and Finance*, 11(3), pp. 25–46.
- Kafou, A. and Chakir, A. (2017) “From Screening to Compliance Strategies: The Case of Islamic Stock Indices with Application on “MASI””, *Islamic Economic Studies*, 25(Special Issue), pp. 55–84. doi: 10.12816/0036186.
- El Khamlichi, A., Aroui, E. H. M. and Teulon, F. (2014) “Persistence Of Performance Using The Four-Factor Pricing Model: Evidence From Dow Jones Islamic Index”, *The Journal of Applied Business Research*, 30(3), pp. 917–928.
- Khatkhatay, M. H. and Nisar, S. (2007) “Shari’ah Compliant Equity Investments: An Assessment of Current Screening Norms”, *Islamic Economic Studies*, 15(1), pp. 47–76.
- Lintner, J. (1965) “Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification”, *The Journal of Finance*, 10(4), pp. 587–615.

- Luoma, M., Martikainen, T. and Perttunen, J. (1993) “Thin trading and estimation of systematic risk: An application of an error-correction model”, *Annals of Operations Research*, 45, pp. 297–305.
- Markowitz, H. (1959) *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley & Sons.
- Marzban, S. and Asutay, M. (2012) “The Impact of Asset-based versus Market Capitalization-based Shari’ah Screening on US and Japanese Equities: An Empirical Analysis”, *Asian and African Area Studies*, 11(2), pp. 151–165.
- Mirakhor, A. (2010) “Whither Islamic Finance ? Risk Sharing in an Age of Crises”, in *Developing a Scientific Methodology on Shariah Governance for Positioning Islamic Finance Globally*, March 15. Malaysia.
- Morau, F. (2010) “Analyse de la rentabilité et du risque des portefeuilles actions”, in *Finance de marché*. Paris: Pearson Education France, pp. 1–33.
- MSCI (2011) *MSCI Islamic Index Series Methodology*. Available at: http://www.msci.com/eqb/methodology/meth_docs/MSCI_May11_Islamic_Method.pdf (Accessed: 4 February 2014).
- MSCI (2015) *MSCI Islamic Index Series Methodology*. Available at: https://www.msci.com/eqb/methodology/meth_docs/MSCI_Islamic_Indexes_Methodology_Sep_15.pdf (Accessed: 30 December 2015).
- Muhyi al-Din, A. (1989) *Stock Market and its Impact on Development in an Islamic Economy (In Arabic)*. Umm Al-Qura University.
- Naughton, S. and Naughton, T. (2000) “Religion, Ethics and Stock Trading: The Case of an Islamic Equities Market”, *Journal of Business Ethics*, 23(2), pp. 145–159.
- Noripah, K. and Tsu, M. N. (2013) *Investing in Islamic Funds: A Practitioner’s Perspective*. Singapore: John Wiley & Sons.
- O’Toole, R. (2014) “A Critical Review of Correlation-based Measures of Portfolio Diversification”, in *Northfield 27th Annual Research Conference, October 7*. Northfield, USA.
- Obaidullah, M. (2005) *Islamic Financial Services, Islamic Economics Research Center*. Jeddah: King Abdulaziz University. doi: 10.4197/islec.20-1.9.
- Obaidullah, M. (2007) *Teaching Corporate Finance from an Islamic Perspective*. Jeddah: Islamic Economic Research Centre.
- Peillex, J. and Ureche-Rangau, L. (2013) “Is There a Place for a Shariah - Compliant Index on the Paris Stock Market?”, *International Journal of Business*, 18(2), pp. 131–149.
- Roll, R. (2013) “Volatility, Correlation, and Diversification in a Multi-Factor World”, *The Journal of Portfolio Management*, pp. 11–18.
- S&P (2011) *S&P Shariah Indices Methodology*. Available at: <http://us.spindices.com/documents/methodologies/methodology-sp-shariah-indices.pdf> (Accessed: 1 February 2014).
- Sauer, D. A. (1997) “The Impact of Social-Responsibility Screens on Investment Performance: Evidence from the Domini 400 Social Index and Domini Equity Mutual Fund”, *Review of Financial Economics*, 6(2), pp. 137–149.
- Schoen, R. J. (2013) “Parity strategies and maximum diversification”. Putnam Investments, pp. 1–7.
- Sheila, N. N. H., Abedeen, Z. and Ahmed, S. S. (2013) “Towards Standardization of Shari’ah Screening Norms and Practices”, *International Journal of Humanities and Social Science Invention*, 2(11), pp. 23–30.
- Walkshäusl, C. and Lobe, S. (2012) “Islamic investing”, *Review of Financial Economics*. Elsevier Inc., 21(2), pp. 53–62.
- Woerheide, W. and Persson, D. (1993) “An Index of Portfolio Diversification”, *Financial Services Review*, 2(2), pp. 73–85.
- Zaher, S. T. and Hassan, M. K. (2001) “A Comparative Literature Survey of Islamic Finance and Banking”, *Financial Markets, Institutions & Instruments*, 10(4), pp. 155–199.

Annexes

Annexe 1 : liste des entreprises de l'indice DJIT100

Code	Valeur	Date début	Date fin	Code	Valeur	Date début	Date fin
1	MMM (3M)	02/01/1970	31/12/2015	51	Microsoft Corporation (MSFT)	13/03/1986	31/12/2015
2	Abbott Laboratories (ABT)	06/04/1983	31/12/2015	52	Motorola Solutions, Inc. (MSI)	03/01/1977	31/12/2015
3	Amgen Inc. (AMGN)	07/09/1984	31/12/2015	53	Nokia Corporation (NOK)	03/01/1994	31/12/2015
4	Anglo American PLC (AAL.L)	24/05/1999	31/12/2015	54	Novartis AG (NVS)	07/11/1996	31/12/2015
5	Apple Inc. (AAPL)	12/12/1980	31/12/2015	55	NTT DOCOMO, Inc. (DCM)	30/06/1999	31/12/2015
6	Applied Materials, Inc. (AMAT)	07/09/1984	31/12/2015	56	Occidental Petroleum Corporation (OXY)	31/12/1981	31/12/2015
7	Asahi Glass Co. Ltd. (ASGLY)	29/12/2009	31/12/2015	57	Oracle Corporation (ORCL)	12/03/1986	31/12/2015
8	AstraZeneca PLC (AZN)	17/05/1993	31/12/2015	58	Pepsico, Inc. (PEP)	01/06/1972	31/12/2015
9	AVENTIS PHARMA LIMITED (SANOFI.NS)	12/08/2002	31/12/2015	59	Pfizer Inc. (PFE)	01/06/1972	31/12/2015
10	BASF SE (BAS.DE)	03/01/2000	31/12/2015	60	POSCO (PKX)	14/10/1994	31/12/2015
11	BG Group PLC (BG.L)	01/07/1988	31/12/2015	61	QUALCOMM Incorporated (QCOM)	16/12/1991	31/12/2015
12	BHP Billiton Limited (BHP)	29/05/1987	31/12/2015	62	Reckitt Benckiser Group PLC (RB.L)	01/07/1988	31/12/2015
13	BHP Billiton PLC (BLT.L)	22/07/1997	31/12/2015	63	Rio Tinto Ltd (RIO.AX)	29/01/1988	31/12/2015
14	BP p.l.c. (BP)	03/01/1977	31/12/2015	64	Rio Tinto plc (RIO)	28/06/1990	31/12/2015
15	Bristol-Myers Squibb Company (BMY)	01/06/1972	31/12/2015	65	Roche Holding AG (ROG.VX)	13/12/2007	31/12/2015
16	Canon Inc. (CAJ)	17/03/1980	31/12/2015	66	Royal Dutch Shell PLC (RDSB.L)	15/05/2000	31/12/2015
17	Cardinal Health, Inc. (CAH)	31/12/1987	31/12/2015	67	SAP SE (SAP)	18/09/1995	31/12/2015
18	Chevron Corporation (CVX)	02/01/1970	31/12/2015	68	Schlumberger Limited (SLB)	31/12/1981	31/12/2015
19	China Mobile Limited (CHL)	22/10/1997	31/12/2015	69	Schneider Electric SE (SU.PA)	03/01/2000	31/12/2015
20	Cisco Systems, Inc. (CSCO)	26/03/1990	31/12/2015	70	Sharp Corporation (SHCAY)	18/11/1996	31/12/2015
21	Colgate-Palmolive Co. (CL)	03/01/1977	31/12/2015	71	Shin-Etsu Chemical Co., Ltd. (SHECY)	25/11/2008	31/12/2015
22	ConocoPhillips (COP)	31/12/1981	31/12/2015	72	Taiwan Semiconductor Manufacturing Company Limited (TSM)	09/10/1997	31/12/2015
23	Denso Corp. (DNZOY)	17/07/2002	31/12/2015	73	Takeda Pharmaceutical Company Limited	05/01/2010	31/12/2015

					(TKPYY)		
24	E. I. du Pont de Nemours and Company (DD)	02/01/1962	31/12/2015	74	Target Corp	06/04/1983	31/12/2015
25	eBay Inc. (EBAY)	24/09/1998	31/12/2015	75	Texas Instruments Inc. (TXN)	01/06/1972	31/12/2015
26	Eli Lilly and Company (LLY)	01/06/1972	31/12/2015	76	The Coca-Cola Company (KO)	02/01/1962	31/12/2015
27	EMC Corporation (EMC)	16/12/1988	31/12/2015	77	The Dow Chemical Company (DOW)	01/06/1972	31/12/2015
28	Emerson Electric Co. (EMR)	01/06/1972	31/12/2015	78	The Procter & Gamble Company (PG)	02/01/1970	31/12/2015
29	Eni SpA	28/11/1995	31/12/2015	79	Total (SA) (TOT)	25/10/1991	31/12/2015
30	Ericsson (ERIC)	28/09/1989	31/12/2015	80	Tyco International Ltd. (TYC)	28/09/1987	31/12/2015
31	Exxon Mobil Corporation (XOM)	02/01/1970	31/12/2015	81	United Parcel Service, Inc. (UPS)	10/11/1999	31/12/2015
32	Fanuc Corporation (FANUY)	05/01/2010	31/12/2015	82	UnitedHealth Group Incorporated (UNH)	26/03/1990	31/12/2015
33	FedEx Corporation (FDX)	12/04/1978	31/12/2015	83	Vodafone Group PLC (VOD.L)	25/10/1988	31/12/2015
34	GlaxoSmithKline PLC (GSK.L)	01/07/1988	31/12/2015	84	Walgreen Co. (WAG)	01/07/1985	31/12/2015
35	Google Inc. (GOOGL)	19/08/2004	31/12/2015	85	Woodside Petroleum Ltd. (WPL.AX)	29/01/1988	31/12/2015
36	H & M Hennes & Mauritz AB B	11/12/2007	31/12/2015	86	Wyeth Limited (WYETH.BO)	03/01/2000	09/12/2014
37	Hewlett-Packard Company (HPQ)	02/01/1962	31/12/2015	87	Yahoo! Inc. (YHOO)	12/04/1996	31/12/2015
38	Home Depot Inc	22/09/1981	31/12/2015	88	Bridgestone Corp. (BRDCY)	29/12/2009	31/12/2015
39	Hon Hai Precision Industry Co. Ltd	24/03/1999	31/12/2015	89	EISAI CO LTD SPONS A (ESALY.PK)	18/11/1996	31/12/2015
40	Honeywell International Inc. (HON)	02/01/1970	31/12/2015	90	KAO CORP	13/06/2005	31/12/2015
41	Intel Corporation (INTC)	17/03/1980	31/12/2015	91	Murata Manufacturing Co., Ltd. (MRAAY)	20/01/2010	31/12/2015
42	Johnson & Johnson (JNJ)	02/01/1970	31/12/2015	92	Nitto Denko Corporation (NDEKY)	27/01/2006	31/12/2015
43	Kimberly-Clark Corporation (KMB)	17/12/1984	31/12/2015	93	REPSOL (REP.MC)	03/01/2000	31/12/2015
44	Koninklijke Philips N.V (PHG)	30/12/1987	31/12/2015	94	Dell, Inc.	23/06/1988	29/10/2013
45	Kyocera Corp. (KYO)	05/11/1987	31/12/2015	95	Wal-Mart Stores Inc. (WMT)	25/08/1972	31/12/2015
46	L'Air Liquide SA (AI.PA)	03/01/2000	31/12/2015	96	PANASONIC (MAT1.BE)	03/01/2000	31/12/2015
47	L'Oreal SA (OR.PA)	03/01/2000	31/12/2015	97	Union Pacific Corporation (UNP)	02/01/1980	31/12/2015
48	Lowe's Companies Inc. (LOW)	01/07/1985	31/12/2015	98	SYNGENTA N (SYNN.VX)	01/02/2008	31/12/2015
49	Medtronic, Inc. (MDT)	31/12/1981	31/12/2015	99	CNOOC (NC2B.F)	28/04/2004	31/12/2015
50	Merck & Co. Inc. (MRK)	02/01/1970	31/12/2015	100	Carlisle Companies Incorporated (CSL)	05/11/1987	31/12/2015

Annexe 2 : calcul des mesures de diversification

Nbr.	Portefeuille 4					Portefeuille 5					Portefeuille 6				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	N/A					N/A					14,977 %	2,294 %	42,331 %	1,168	18,622 %
3	52,734 %	1,561 %	45,037 %	1,329	9,158 %	61,737 %	1,598 %	30,274 %	1,562	3,059 %	52,089 %	1,939 %	34,148 %	1,413	15,141 %
4	52,716 %	1,561 %	48,960 %	1,329	19,881 %	74,980 %	1,509 %	28,514 %	1,762	6,507 %	73,039 %	1,591 %	24,469 %	1,792	0,141 %
5	68,024 %	1,561 %	36,449 %	1,693	3,307 %	79,840 %	1,509 %	23,151 %	1,935	3,116 %	79,095 %	1,591 %	23,444 %	1,935	0,870 %
6	68,655 %	1,561 %	31,949 %	1,738	5,810 %	81,971 %	1,417 %	17,761 %	2,006	3,238 %	83,306 %	1,591 %	25,182 %	1,963	1,631 %
7	68,654 %	1,561 %	33,084 %	1,738	7,684 %	85,670 %	1,379 %	17,061 %	2,090	5,525 %	85,638 %	1,506 %	22,196 %	1,988	1,440 %
8	68,786 %	1,561 %	33,440 %	1,729	12,853 %	87,493 %	1,379 %	16,792 %	2,156	6,568 %	87,411 %	1,403 %	17,996 %	2,056	1,485 %
9	88,387 %	1,348 %	19,479 %	1,897	3,627 %	88,871 %	1,347 %	15,943 %	2,143	7,914 %	88,798 %	1,283 %	13,047 %	2,093	1,657 %
10	89,221 %	1,348 %	17,950 %	1,979	1,036 %	89,981 %	1,347 %	16,064 %	2,134	8,433 %	89,908 %	1,282 %	13,237 %	2,070	2,818 %
11	90,165 %	1,348 %	18,157 %	1,965	2,035 %	90,908 %	1,347 %	16,045 %	2,119	9,385 %	90,875 %	1,264 %	12,251 %	2,117	2,938 %
12	91,646 %	1,256 %	12,763 %	2,059	7,220 %	91,589 %	1,346 %	16,263 %	2,135	10,768 %	91,607 %	1,220 %	9,725 %	2,162	3,008 %
13	92,115 %	1,232 %	10,448 %	2,163	6,423 %	92,289 %	1,321 %	14,702 %	2,168	10,257 %	92,272 %	1,214 %	9,703 %	2,137	4,290 %
14	92,350 %	1,212 %	8,877 %	2,218	7,339 %	92,837 %	1,261 %	10,936 %	2,273	8,455 %	92,806 %	1,214 %	9,486 %	2,158	3,869 %
15	92,777 %	1,212 %	8,845 %	2,220	7,297 %	93,028 %	1,219 %	7,913 %	2,368	7,851 %	93,188 %	1,211 %	8,788 %	2,196	6,107 %
16	93,034 %	1,185 %	7,373 %	2,246	11,763 %	93,507 %	1,208 %	7,637 %	2,345	8,911 %	93,357 %	1,211 %	6,036 %	2,306	8,916 %
17	94,051 %	1,185 %	7,150 %	2,360	9,801 %	93,888 %	1,208 %	7,764 %	2,323	10,361 %	93,787 %	1,211 %	5,990 %	2,375	6,700 %
18	94,341 %	1,185 %	7,085 %	2,371	9,614 %	94,233 %	1,208 %	7,926 %	2,296	11,761 %	94,151 %	1,211 %	6,188 %	2,338	10,236 %
19	94,668 %	1,167 %	6,149 %	2,389	11,792 %	94,445 %	1,203 %	7,385 %	2,326	13,191 %	94,474 %	1,211 %	6,142 %	2,382	9,729 %
20	94,943 %	1,167 %	5,953 %	2,438	10,493 %	94,719 %	1,196 %	7,037 %	2,341	13,482 %	94,766 %	1,211 %	6,194 %	2,393	9,433 %
21	95,017 %	1,167 %	5,720 %	2,463	11,703 %	94,950 %	1,162 %	5,379 %	2,373	14,069 %	95,026 %	1,211 %	6,244 %	2,401	9,724 %
22	95,259 %	1,167 %	5,826 %	2,435	13,043 %	95,184 %	1,162 %	5,337 %	2,391	13,635 %	95,262 %	1,211 %	6,351 %	2,386	11,393 %
23	95,438 %	1,167 %	5,924 %	2,408	14,317 %	95,525 %	1,162 %	5,320 %	2,451	11,246 %	95,472 %	1,177 %	5,125 %	2,395	12,273 %
24	95,605 %	1,162 %	5,718 %	2,395	15,113 %	95,727 %	1,162 %	5,280 %	2,472	11,321 %	95,663 %	1,144 %	3,716 %	2,443	14,704 %
25	95,804 %	1,162 %	5,659 %	2,414	14,567 %	95,904 %	1,162 %	5,348 %	2,455	13,006 %	95,843 %	1,144 %	3,655 %	2,494	13,188 %
26	96,068 %	1,162 %	5,631 %	2,437	13,674 %	96,065 %	1,162 %	5,360 %	2,455	13,594 %	96,008 %	1,144 %	3,774 %	2,442	15,832 %
27	96,165 %	1,162 %	5,437 %	2,474	12,852 %	96,207 %	1,162 %	5,422 %	2,436	14,498 %	96,162 %	1,137 %	3,541 %	2,443	16,114 %
28	96,334 %	1,162 %	5,420 %	2,485	13,584 %	96,341 %	1,162 %	5,512 %	2,410	15,979 %	96,303 %	1,137 %	3,520 %	2,467	15,274 %
29	96,445 %	1,162 %	5,520 %	2,454	15,166 %	96,477 %	1,141 %	4,448 %	2,431	15,879 %	96,434 %	1,137 %	3,455 %	2,515	13,740 %
30	96,535 %	1,162 %	5,533 %	2,448	15,594 %	96,557 %	1,141 %	4,253 %	2,470	15,075 %	96,560 %	1,137 %	3,450 %	2,536	13,255 %
Nbr. retenu				13		15					12				

Nbr.	Portefeuille 7					Portefeuille 8					Portefeuille 9				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	N/A					27,716 %	1,423 %	43,832 %	1,130	5,622 %	N/A				
3	N/A					28,571 %	1,413 %	34,541 %	1,143	15,160 %	N/A				
4	N/A					74,778 %	1,348 %	32,500 %	1,469	5,212 %	N/A				
5	71,092 %	1,646 %	32,884 %	1,667	11,835 %	75,056 %	1,348 %	26,440 %	1,509	12,486 %	N/A				
6	74,791 %	1,560 %	29,199 %	1,714	14,000 %	80,670 %	1,348 %	21,151 %	1,785	2,093 %	N/A				
7	75,989 %	1,560 %	25,596 %	1,798	13,847 %	83,885 %	1,348 %	19,772 %	1,867	1,701 %	N/A				
8	80,706 %	1,418 %	20,001 %	1,827	14,782 %	85,668 %	1,348 %	17,942 %	1,956	0,220 %	87,365 %	1,411 %	19,833 %	1,997	2,644 %
9	80,705 %	1,418 %	19,012 %	1,827	19,603 %	87,588 %	1,348 %	18,639 %	1,924	6,291 %	88,643 %	1,411 %	19,782 %	1,997	2,811 %
10	82,418 %	1,417 %	18,745 %	1,838	20,026 %	89,339 %	1,334 %	17,929 %	1,931	8,833 %	89,787 %	1,409 %	19,379 %	2,019	4,460 %
11	83,360 %	1,406 %	18,238 %	1,834	20,589 %	90,546 %	1,334 %	17,344 %	1,976	6,788 %	90,736 %	1,334 %	16,193 %	2,052	4,799 %
12	84,242 %	1,357 %	16,055 %	1,860	20,609 %	90,774 %	1,334 %	17,579 %	1,968	7,911 %	91,649 %	1,252 %	12,066 %	2,109	5,697 %
13	85,017 %	1,357 %	15,612 %	1,902	19,004 %	92,080 %	1,324 %	15,743 %	2,090	7,023 %	92,261 %	1,245 %	11,743 %	2,105	6,192 %
14	85,362 %	1,357 %	15,876 %	1,885	20,957 %	92,804 %	1,323 %	15,684 %	2,078	7,632 %	92,828 %	1,245 %	11,084 %	2,183	4,729 %
15	91,243 %	1,222 %	8,808 %	2,226	8,812 %	93,103 %	1,308 %	15,191 %	2,088	8,597 %	93,295 %	1,199 %	8,879 %	2,179	6,917 %
16	91,619 %	1,198 %	7,701 %	2,237	9,170 %	93,611 %	1,308 %	14,989 %	2,098	8,369 %	93,743 %	1,183 %	7,842 %	2,215	7,086 %
17	92,113 %	1,179 %	6,757 %	2,242	9,257 %	94,075 %	1,247 %	11,429 %	2,170	10,858 %	94,115 %	1,183 %	7,648 %	2,250	6,033 %
18	92,735 %	1,171 %	6,367 %	2,256	9,103 %	94,384 %	1,214 %	9,525 %	2,219	11,809 %	94,350 %	1,183 %	7,332 %	2,283	8,549 %
19	93,111 %	1,160 %	5,832 %	2,259	9,197 %	94,683 %	1,214 %	9,462 %	2,226	11,884 %	94,635 %	1,164 %	6,312 %	2,293	8,751 %
20	93,512 %	1,159 %	5,829 %	2,241	10,123 %	94,671 %	1,214 %	6,828 %	2,229	19,560 %	94,869 %	1,164 %	6,307 %	2,290	9,051 %
21	93,711 %	1,159 %	5,783 %	2,251	9,645 %	94,969 %	1,214 %	6,993 %	2,201	21,172 %	94,961 %	1,159 %	5,862 %	2,311	10,306 %
22	93,713 %	1,159 %	5,582 %	2,254	12,398 %	95,217 %	1,214 %	7,039 %	2,210	21,500 %	95,159 %	1,152 %	5,484 %	2,307	10,623 %
23	94,343 %	1,155 %	5,378 %	2,280	12,932 %	95,417 %	1,178 %	5,495 %	2,264	24,035 %	95,369 %	1,129 %	4,168 %	2,331	10,463 %
24	94,608 %	1,130 %	4,020 %	2,305	12,745 %	95,632 %	1,178 %	5,531 %	2,267	23,905 %	95,738 %	1,109 %	3,011 %	2,369	9,010 %
25	95,452 %	1,107 %	2,771 %	2,367	10,351 %	95,818 %	1,176 %	5,559 %	2,249	25,552 %	95,757 %	1,105 %	2,691 %	2,381	11,045 %
26	95,452 %	1,107 %	2,593 %	2,367	13,335 %	95,996 %	1,176 %	5,413 %	2,303	23,711 %	95,904 %	1,105 %	2,667 %	2,393	10,604 %
27	95,677 %	1,085 %	1,391 %	2,392	13,087 %	96,160 %	1,176 %	5,206 %	2,406	21,275 %	96,169 %	1,105 %	2,097 %	2,518	11,589 %
28	95,833 %	1,085 %	1,402 %	2,384	13,842 %	96,301 %	1,176 %	5,207 %	2,418	20,786 %	96,310 %	1,105 %	2,062 %	2,565	10,550 %
29	96,030 %	1,085 %	1,422 %	2,368	14,614 %	96,433 %	1,176 %	5,283 %	2,403	21,603 %	96,442 %	1,105 %	2,089 %	2,552	11,116 %
30	96,189 %	1,085 %	1,424 %	2,375	14,547 %	96,555 %	1,176 %	5,240 %	2,429	20,730 %	96,563 %	1,105 %	2,131 %	2,524	12,743 %
Nbr. retenu					15	13					14				

Nbr.	Portefeuille 10					Portefeuille 11					Portefeuille 12				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2						2,471 %	4,085 %	34,980 %	1,045	34,531 %	28,635 %	2,350 %	58,635 %	1,213	10,560 %
3	62,870 %	2,086 %	42,949 %	1,526	1,155 %	50,686 %	2,410 %	22,109 %	1,325	24,929 %	51,167 %	2,041 %	46,431 %	1,379	15,571 %
4	74,196 %	2,086 %	48,313 %	1,594	4,144 %	66,972 %	1,758 %	14,877 %	1,498	21,352 %	53,417 %	2,008 %	38,291 %	1,451	22,819 %
5	78,701 %	1,860 %	41,433 %	1,710	11,043 %	75,144 %	1,671 %	14,557 %	1,671	16,981 %	53,416 %	2,008 %	38,687 %	1,451	27,950 %
6	82,886 %	1,770 %	34,944 %	1,813	8,516 %	80,087 %	1,583 %	13,842 %	1,755	15,152 %	69,009 %	1,524 %	21,995 %	1,619	17,538 %
7	85,511 %	1,612 %	28,436 %	1,908	6,805 %	83,366 %	1,507 %	12,713 %	1,860	13,468 %	75,348 %	1,474 %	20,601 %	1,645	16,108 %
8	87,339 %	1,481 %	23,635 %	1,960	6,860 %	85,759 %	1,489 %	12,839 %	1,925	12,315 %	75,343 %	1,474 %	19,008 %	1,645	24,326 %
9	88,824 %	1,417 %	20,643 %	1,993	5,929 %	87,540 %	1,439 %	12,164 %	1,951	11,732 %	78,176 %	1,358 %	14,488 %	1,700	26,964 %
10	89,988 %	1,417 %	18,820 %	2,068	4,444 %	88,932 %	1,421 %	12,253 %	1,953	11,896 %	80,964 %	1,358 %	14,605 %	1,764	24,956 %
11	90,842 %	1,417 %	18,740 %	2,052	5,256 %	90,030 %	1,391 %	11,934 %	1,945	12,477 %	82,227 %	1,358 %	14,567 %	1,810	22,951 %
12	91,583 %	1,417 %	19,159 %	2,019	7,044 %	90,827 %	1,384 %	12,019 %	1,965	13,458 %	83,797 %	1,348 %	14,321 %	1,836	25,482 %
13	92,307 %	1,376 %	18,029 %	2,040	8,958 %	91,712 %	1,384 %	11,444 %	2,152	8,697 %	84,826 %	1,323 %	13,631 %	1,829	26,943 %
14	92,307 %	1,376 %	11,959 %	2,047	18,395 %	92,348 %	1,384 %	11,625 %	2,168	9,037 %	87,791 %	1,261 %	10,698 %	1,912	22,265 %
15	92,860 %	1,332 %	10,603 %	2,090	18,094 %	92,898 %	1,384 %	11,837 %	2,176	9,323 %	89,781 %	1,235 %	9,574 %	1,933	20,974 %
16	93,335 %	1,314 %	10,151 %	2,109	17,862 %	93,376 %	1,335 %	10,360 %	2,231	11,761 %	89,930 %	1,235 %	9,804 %	1,919	21,961 %
17	93,754 %	1,306 %	10,108 %	2,108	18,004 %	93,788 %	1,297 %	9,183 %	2,276	11,851 %	93,178 %	1,233 %	9,690 %	2,136	12,115 %
18	94,003 %	1,306 %	10,069 %	2,167	17,664 %	94,152 %	1,297 %	9,423 %	2,254	13,145 %	93,584 %	1,220 %	9,177 %	2,128	12,764 %
19	94,341 %	1,284 %	9,583 %	2,144	19,184 %	94,472 %	1,267 %	8,413 %	2,283	14,539 %	94,492 %	1,220 %	8,946 %	2,273	8,580 %
20	94,685 %	1,259 %	8,715 %	2,163	18,570 %	94,764 %	1,246 %	7,829 %	2,283	14,861 %	94,798 %	1,220 %	8,833 %	2,298	7,926 %
21	94,972 %	1,259 %	8,553 %	2,219	16,304 %	95,026 %	1,246 %	7,990 %	2,267	15,676 %	94,953 %	1,220 %	9,085 %	2,255	11,287 %
22	95,222 %	1,259 %	8,593 %	2,228	15,859 %	95,262 %	1,234 %	7,569 %	2,285	15,738 %	95,158 %	1,217 %	9,017 %	2,239	12,074 %
23	95,390 %	1,259 %	8,745 %	2,227	21,989 %	95,480 %	1,234 %	7,294 %	2,376	12,580 %	95,390 %	1,217 %	8,764 %	2,286	11,592 %
24	95,604 %	1,245 %	8,231 %	2,237	23,703 %	95,676 %	1,234 %	7,368 %	2,375	12,776 %	95,598 %	1,216 %	8,798 %	2,280	12,616 %
25	95,826 %	1,215 %	6,804 %	2,326	21,950 %	95,855 %	1,234 %	7,427 %	2,375	13,358 %	95,781 %	1,216 %	8,790 %	2,283	12,587 %
26	95,996 %	1,183 %	5,488 %	2,372	22,007 %	96,014 %	1,232 %	7,496 %	2,340	20,061 %	96,051 %	1,187 %	7,283 %	2,322	14,208 %
27	96,149 %	1,183 %	5,440 %	2,402	21,617 %	96,165 %	1,219 %	7,082 %	2,342	20,396 %	96,243 %	1,164 %	5,962 %	2,367	13,586 %
28	96,292 %	1,174 %	5,095 %	2,408	21,841 %	96,307 %	1,194 %	6,064 %	2,370	20,812 %	96,374 %	1,164 %	5,891 %	2,383	13,266 %
29	96,424 %	1,159 %	4,478 %	2,430	21,667 %	96,438 %	1,171 %	5,117 %	2,400	20,999 %	96,508 %	1,149 %	5,130 %	2,403	14,353 %
30	96,545 %	1,144 %	3,889 %	2,438	21,655 %	96,560 %	1,171 %	5,039 %	2,439	19,942 %	96,631 %	1,137 %	4,408 %	2,443	14,523 %
Nbr. retenu				12		13					20				

Nbr.	Portefeuille 13					Portefeuille 14					Portefeuille 15				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	40,014 %	3,053 %	88,092 %	1,181	12,304 %	47,271 %	3,024 %	75,182 %	1,236	2,820 %	N/A				
3	40,097 %	3,053 %	110,377 %	1,180	29,793 %	60,725 %	2,453 %	63,367 %	1,389	10,955 %	57,255 %	2,910 %	70,412 %	1,364	16,528 %
4	40,020 %	3,053 %	80,704 %	1,181	48,831 %	74,509 %	1,845 %	40,393 %	1,638	3,144 %	69,981 %	2,183 %	52,698 %	1,507	16,320 %
5	43,966 %	2,979 %	85,852 %	1,194	60,286 %	74,684 %	1,845 %	32,496 %	1,666	8,063 %	75,959 %	1,844 %	41,482 %	1,636	16,226 %
6	50,608 %	2,937 %	83,399 %	1,246	58,525 %	77,543 %	1,727 %	29,729 %	1,717	10,676 %	83,276 %	1,568 %	24,752 %	1,996	3,618 %
7	71,400 %	2,102 %	47,965 %	1,552	31,723 %	82,178 %	1,593 %	24,637 %	1,829	7,441 %	85,441 %	1,472 %	21,415 %	2,060	4,625 %
8	76,669 %	1,978 %	42,648 %	1,639	27,349 %	83,420 %	1,593 %	24,120 %	1,882	6,469 %	87,495 %	1,395 %	17,660 %	2,122	3,051 %
9	77,228 %	1,947 %	42,814 %	1,655	30,732 %	83,974 %	1,569 %	24,397 %	1,880	11,388 %	88,722 %	1,299 %	13,475 %	2,164	2,145 %
10	81,526 %	1,657 %	31,312 %	1,747	26,176 %	88,951 %	1,559 %	15,130 %	2,035	13,209 %	89,725 %	1,283 %	12,881 %	2,156	2,659 %
11	82,205 %	1,631 %	30,678 %	1,764	26,760 %	90,076 %	1,559 %	15,023 %	2,136	9,078 %	90,534 %	1,231 %	9,812 %	2,258	3,268 %
12	91,026 %	1,268 %	11,466 %	2,108	6,533 %	90,943 %	1,494 %	13,861 %	2,139	16,792 %	90,554 %	1,231 %	8,666 %	2,275	6,412 %
13	91,615 %	1,226 %	9,097 %	2,181	7,883 %	91,701 %	1,442 %	12,809 %	2,161	15,939 %	91,227 %	1,198 %	7,184 %	2,301	6,993 %
14	92,476 %	1,153 %	5,364 %	2,269	5,683 %	92,337 %	1,442 %	13,174 %	2,147	16,741 %	91,832 %	1,198 %	7,139 %	2,317	6,412 %
15	92,924 %	1,153 %	5,347 %	2,268	5,731 %	92,876 %	1,423 %	12,823 %	2,165	16,832 %	92,419 %	1,198 %	7,071 %	2,346	5,554 %
16	92,957 %	1,153 %	5,053 %	2,264	9,182 %	93,378 %	1,401 %	11,920 %	2,281	14,336 %	92,972 %	1,198 %	7,219 %	2,320	8,075 %
17	93,394 %	1,153 %	5,189 %	2,230	11,082 %	93,790 %	1,364 %	10,875 %	2,321	14,297 %	93,500 %	1,198 %	7,062 %	2,377	6,178 %
18	93,891 %	1,138 %	4,399 %	2,279	9,969 %	94,161 %	1,346 %	10,192 %	2,399	13,092 %	93,827 %	1,198 %	7,240 %	2,339	10,136 %
19	94,184 %	1,116 %	3,232 %	2,291	10,430 %	94,485 %	1,305 %	8,990 %	2,437	12,675 %	94,110 %	1,185 %	6,648 %	2,347	11,195 %
20	94,432 %	1,116 %	3,197 %	2,306	10,012 %	94,775 %	1,292 %	8,731 %	2,433	12,914 %	94,448 %	1,180 %	6,424 %	2,353	11,235 %
21	94,618 %	1,116 %	3,061 %	2,359	8,480 %	95,036 %	1,292 %	8,617 %	2,483	11,474 %	94,710 %	1,180 %	6,350 %	2,377	10,620 %
22	94,864 %	1,116 %	3,074 %	2,358	9,878 %	95,277 %	1,292 %	8,668 %	2,496	11,568 %	94,898 %	1,173 %	6,061 %	2,373	12,023 %
23	95,083 %	1,116 %	3,124 %	2,337	10,948 %	95,490 %	1,292 %	8,662 %	2,514	11,107 %	95,122 %	1,173 %	6,127 %	2,359	12,772 %
24	95,224 %	1,116 %	3,057 %	2,364	9,966 %	95,684 %	1,292 %	8,892 %	2,473	12,981 %	95,284 %	1,170 %	6,077 %	2,345	13,873 %
25	95,238 %	1,116 %	3,006 %	2,366	12,504 %	95,863 %	1,266 %	7,974 %	2,518	14,308 %	95,468 %	1,154 %	5,214 %	2,376	13,804 %
26	95,467 %	1,116 %	3,025 %	2,366	12,663 %	96,027 %	1,241 %	7,131 %	2,544	14,243 %	95,886 %	1,154 %	5,189 %	2,399	12,796 %
27	95,590 %	1,116 %	3,054 %	2,351	13,660 %	96,177 %	1,221 %	6,389 %	2,584	14,518 %	95,894 %	1,154 %	5,032 %	2,404	14,011 %
28	95,829 %	1,111 %	2,735 %	2,394	13,869 %	96,316 %	1,216 %	6,312 %	2,564	15,679 %	95,923 %	1,154 %	4,943 %	2,412	14,064 %
29	96,122 %	1,111 %	2,722 %	2,434	12,623 %	96,443 %	1,183 %	5,063 %	2,607	15,579 %	96,125 %	1,154 %	4,941 %	2,423	13,903 %
30	96,246 %	1,111 %	2,720 %	2,438	12,639 %	96,565 %	1,174 %	4,761 %	2,604	15,792 %	96,244 %	1,154 %	4,974 %	2,410	14,985 %
Nbr. retenu				14		23					15				

Nbr.	Portefeuille 16					Portefeuille 17					Portefeuille 18				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	9,057 %	2,197 %	104,501 %	1,029	19,363 %	12,217 %	3,039 %	59,834 %	1,107	25,307 %	N/A				
3	53,559 %	2,006 %	67,524 %	1,321	12,202 %	54,047 %	2,142 %	39,065 %	1,447	11,705 %	N/A				
4	74,054 %	2,006 %	49,773 %	1,548	4,630 %	58,557 %	2,062 %	36,672 %	1,486	21,143 %	N/A				
5	79,935 %	1,777 %	38,453 %	1,628	1,171 %	72,237 %	1,656 %	25,162 %	1,666	12,398 %	N/A				
6	83,183 %	1,764 %	35,059 %	1,710	1,068 %	76,534 %	1,510 %	20,438 %	1,759	13,722 %	N/A				
7	85,684 %	1,682 %	33,294 %	1,726	1,570 %	81,700 %	1,403 %	16,822 %	1,830	10,909 %	N/A				
8	87,497 %	1,557 %	28,300 %	1,802	3,732 %	81,833 %	1,394 %	15,605 %	1,848	16,631 %	N/A				
9	88,889 %	1,515 %	27,012 %	1,810	4,031 %	87,769 %	1,351 %	13,756 %	2,156	3,540 %	N/A				
10	89,830 %	1,371 %	18,822 %	1,937	7,007 %	89,423 %	1,317 %	12,171 %	2,270	2,219 %	57,812 %	1,524 %	29,835 %	1,444	39,293 %
11	90,833 %	1,371 %	18,220 %	1,990	5,770 %	90,193 %	1,317 %	12,380 %	2,231	4,144 %	57,792 %	1,524 %	31,296 %	1,444	42,448 %
12	91,487 %	1,355 %	17,735 %	1,972	7,857 %	91,072 %	1,264 %	10,431 %	2,236	5,503 %	80,256 %	1,524 %	29,372 %	1,797	18,043 %
13	92,299 %	1,351 %	17,142 %	2,030	8,180 %	91,682 %	1,218 %	8,313 %	2,274	6,692 %	81,838 %	1,524 %	30,100 %	1,761	21,414 %
14	92,798 %	1,300 %	14,434 %	2,078	8,831 %	92,372 %	1,157 %	5,270 %	2,349	6,360 %	82,245 %	1,524 %	29,342 %	1,789	19,693 %
15	93,261 %	1,233 %	11,038 %	2,107	10,677 %	92,446 %	1,154 %	4,852 %	2,356	8,031 %	84,000 %	1,524 %	28,572 %	1,839	17,120 %
16	93,633 %	1,229 %	10,898 %	2,102	11,223 %	92,961 %	1,154 %	4,969 %	2,327	9,389 %	86,725 %	1,524 %	28,524 %	1,826	19,917 %
17	93,936 %	1,218 %	10,312 %	2,101	11,574 %	93,863 %	1,154 %	4,861 %	2,488	5,256 %	86,735 %	1,524 %	28,993 %	1,825	21,414 %
18	94,264 %	1,189 %	8,546 %	2,130	11,695 %	94,112 %	1,154 %	4,720 %	2,518	6,375 %	93,291 %	1,200 %	8,968 %	2,141	11,295 %
19	94,509 %	1,170 %	7,316 %	2,157	12,056 %	94,320 %	1,154 %	4,600 %	2,543	8,474 %	93,575 %	1,192 %	8,425 %	2,158	11,433 %
20	94,791 %	1,170 %	7,238 %	2,172	11,548 %	94,596 %	1,146 %	4,267 %	2,543	9,345 %	93,874 %	1,192 %	8,125 %	2,208	9,960 %
21	94,798 %	1,170 %	6,952 %	2,176	12,461 %	94,854 %	1,146 %	4,197 %	2,577	8,824 %	94,259 %	1,190 %	8,107 %	2,198	11,388 %
22	95,101 %	1,131 %	4,614 %	2,226	14,689 %	95,121 %	1,140 %	3,985 %	2,562	9,712 %	94,750 %	1,170 %	6,850 %	2,241	10,807 %
23	95,241 %	1,131 %	4,465 %	2,257	13,569 %	95,353 %	1,137 %	3,921 %	2,539	10,780 %	94,991 %	1,170 %	6,924 %	2,226	11,694 %
24	95,400 %	1,131 %	4,493 %	2,246	14,483 %	95,583 %	1,115 %	2,841 %	2,575	10,729 %	95,000 %	1,170 %	6,585 %	2,236	12,639 %
25	95,443 %	1,122 %	3,926 %	2,258	15,581 %	95,859 %	1,115 %	2,270 %	2,729	10,046 %	95,103 %	1,170 %	6,422 %	2,259	12,104 %
26	95,547 %	1,117 %	3,622 %	2,259	15,509 %	96,024 %	1,115 %	2,312 %	2,705	11,037 %	95,334 %	1,170 %	6,411 %	2,267	12,238 %
27	95,749 %	1,117 %	3,615 %	2,267	15,433 %	96,176 %	1,115 %	2,298 %	2,732	11,207 %	95,571 %	1,170 %	6,253 %	2,317	10,577 %
28	95,748 %	1,117 %	3,395 %	2,267	18,293 %	96,317 %	1,115 %	2,333 %	2,713	13,148 %	95,719 %	1,170 %	6,298 %	2,306	11,627 %
29	95,747 %	1,117 %	3,283 %	2,267	19,905 %	96,448 %	1,102 %	1,789 %	2,724	13,774 %	96,183 %	1,154 %	5,415 %	2,348	14,713 %
30	95,921 %	1,094 %	2,033 %	2,273	20,022 %	96,570 %	1,086 %	1,145 %	2,734	13,828 %	96,182 %	1,154 %	5,279 %	2,349	15,653 %
Nbr. retenu				13		17					20				

Nbr.	Portefeuille 19					Portefeuille 20					Portefeuille 21				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	N/A					N/A					N/A				
3	N/A					N/A					N/A				
4	N/A					N/A					N/A				
5	N/A					71,146 %	1,420 %	19,413 %	1,773	13,935 %	N/A				
6	N/A					76,079 %	1,420 %	18,618 %	1,892	13,450 %	N/A				
7	N/A					80,773 %	1,420 %	18,813 %	1,915	14,052 %	N/A				
8	N/A					81,845 %	1,395 %	18,356 %	1,915	16,355 %	N/A				
9	N/A					82,591 %	1,381 %	17,453 %	1,949	15,867 %	N/A				
10	5,208 %	1,475 %	19,666 %	1,029	114,532 %	83,962 %	1,381 %	16,654 %	2,027	13,584 %	34,282 %	2,306 %	69,385 %	1,202	87,204 %
11	77,297 %	1,475 %	19,632 %	1,715	34,263 %	83,959 %	1,381 %	16,952 %	2,027	17,399 %	35,152 %	2,292 %	69,184 %	1,199	90,592 %
12	77,294 %	1,475 %	20,249 %	1,715	42,600 %	86,613 %	1,355 %	16,133 %	2,003	18,964 %	48,881 %	2,035 %	55,434 %	1,321	76,045 %
13	82,349 %	1,475 %	20,546 %	1,750	40,011 %	88,805 %	1,272 %	12,035 %	2,073	18,069 %	90,613 %	1,248 %	10,887 %	2,129	9,750 %
14	82,744 %	1,475 %	20,491 %	1,760	39,243 %	89,440 %	1,232 %	9,996 %	2,103	17,841 %	90,860 %	1,248 %	10,181 %	2,186	8,144 %
15	83,422 %	1,435 %	18,904 %	1,790	41,726 %	89,438 %	1,232 %	9,073 %	2,103	19,477 %	91,187 %	1,248 %	10,544 %	2,143	10,946 %
16	83,421 %	1,435 %	18,862 %	1,789	42,174 %	89,757 %	1,200 %	7,521 %	2,137	19,544 %	91,513 %	1,240 %	10,314 %	2,131	11,667 %
17	83,420 %	1,435 %	19,267 %	1,789	45,060 %	93,236 %	1,200 %	7,476 %	2,294	12,037 %	92,248 %	1,213 %	8,889 %	2,161	11,041 %
18	87,566 %	1,339 %	14,721 %	1,879	38,198 %	93,897 %	1,152 %	5,160 %	2,327	13,128 %	92,246 %	1,213 %	8,440 %	2,161	14,360 %
19	89,244 %	1,262 %	11,106 %	1,898	36,868 %	94,476 %	1,152 %	3,779 %	2,494	11,993 %	92,552 %	1,202 %	7,936 %	2,167	14,417 %
20	90,326 %	1,199 %	7,919 %	1,940	34,483 %	94,767 %	1,152 %	3,803 %	2,509	11,377 %	92,552 %	1,201 %	7,385 %	2,167	15,891 %
21	90,365 %	1,199 %	7,995 %	1,934	34,913 %	95,025 %	1,152 %	3,910 %	2,472	13,101 %	93,321 %	1,201 %	7,253 %	2,246	12,182 %
22	94,903 %	1,196 %	7,622 %	2,286	16,403 %	95,260 %	1,152 %	3,870 %	2,513	12,041 %	93,512 %	1,201 %	7,346 %	2,235	12,748 %
23	95,087 %	1,196 %	7,584 %	2,294	15,994 %	95,475 %	1,152 %	3,911 %	2,513	12,152 %	93,511 %	1,201 %	7,083 %	2,234	13,573 %
24	95,267 %	1,196 %	7,455 %	2,320	15,205 %	95,671 %	1,152 %	3,978 %	2,497	12,890 %	94,850 %	1,137 %	3,938 %	2,390	12,506 %
25	95,327 %	1,196 %	7,256 %	2,343	16,551 %	95,849 %	1,152 %	4,030 %	2,485	14,609 %	94,873 %	1,124 %	3,362 %	2,390	12,952 %
26	95,561 %	1,190 %	7,079 %	2,322	19,222 %	96,015 %	1,152 %	4,069 %	2,484	15,311 %	95,004 %	1,117 %	3,034 %	2,384	13,214 %
27	95,721 %	1,189 %	7,043 %	2,327	19,391 %	96,172 %	1,152 %	4,046 %	2,517	16,060 %	95,873 %	1,117 %	2,992 %	2,535	9,027 %
28	95,822 %	1,189 %	6,922 %	2,348	18,678 %	96,312 %	1,152 %	4,115 %	2,496	17,048 %	96,002 %	1,117 %	3,038 %	2,508	10,991 %
29	95,975 %	1,179 %	6,471 %	2,344	19,969 %	96,442 %	1,152 %	4,150 %	2,490	17,615 %	96,120 %	1,117 %	3,032 %	2,510	10,923 %
30	96,106 %	1,164 %	5,735 %	2,352	19,923 %	96,560 %	1,152 %	4,206 %	2,469	18,675 %	96,222 %	1,114 %	2,906 %	2,498	12,247 %
Nbr. retenu					24	20					27				

Nbr.	Portefeuille 22					Portefeuille 23					Portefeuille 24				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	N/A					N/A					N/A				
3	N/A					18,735 %	2,281 %	97,384 %	1,080	35,984 %	N/A				
4	71,478 %	1,814 %	40,941 %	1,502	4,878 %	53,231 %	1,676 %	59,119 %	1,205	32,177 %	N/A				
5	75,856 %	1,714 %	34,763 %	1,603	7,939 %	78,388 %	1,630 %	39,887 %	1,622	9,155 %	N/A				
6	77,261 %	1,635 %	31,941 %	1,637	16,203 %	83,322 %	1,434 %	22,967 %	1,862	2,038 %	51,944 %	1,518 %	22,905 %	1,429	31,301 %
7	82,904 %	1,449 %	21,376 %	1,906	8,705 %	85,697 %	1,387 %	20,831 %	1,879	2,312 %	51,933 %	1,518 %	19,669 %	1,430	36,210 %
8	85,510 %	1,407 %	19,920 %	1,912	9,381 %	87,439 %	1,276 %	14,106 %	2,001	3,260 %	83,816 %	1,489 %	19,470 %	1,871	7,221 %
9	87,882 %	1,344 %	16,728 %	1,987	7,428 %	88,833 %	1,252 %	12,102 %	2,085	3,328 %	86,299 %	1,428 %	17,570 %	1,914	6,994 %
10	89,673 %	1,344 %	16,708 %	2,019	5,725 %	89,793 %	1,252 %	11,868 %	2,178	0,742 %	87,764 %	1,396 %	16,203 %	1,960	6,525 %
11	90,907 %	1,344 %	15,733 %	2,131	5,869 %	90,847 %	1,252 %	11,596 %	2,192	2,365 %	88,743 %	1,387 %	15,841 %	1,966	7,042 %
12	91,665 %	1,289 %	12,989 %	2,190	7,274 %	91,602 %	1,252 %	10,919 %	2,274	1,280 %	90,392 %	1,379 %	15,444 %	2,059	6,195 %
13	92,015 %	1,289 %	12,148 %	2,249	7,718 %	92,229 %	1,252 %	11,342 %	2,224	3,590 %	90,998 %	1,322 %	13,305 %	2,074	6,649 %
14	92,790 %	1,271 %	11,460 %	2,265	8,072 %	92,783 %	1,252 %	11,356 %	2,222	3,873 %	91,775 %	1,284 %	11,634 %	2,115	6,604 %
15	93,145 %	1,257 %	10,359 %	2,314	8,646 %	93,296 %	1,246 %	11,106 %	2,207	6,541 %	92,226 %	1,250 %	10,144 %	2,129	6,968 %
16	93,627 %	1,235 %	9,340 %	2,344	8,780 %	93,740 %	1,216 %	8,918 %	2,294	7,010 %	92,711 %	1,250 %	9,993 %	2,159	6,139 %
17	93,967 %	1,223 %	8,928 %	2,322	9,832 %	93,918 %	1,204 %	7,806 %	2,328	8,613 %	93,086 %	1,250 %	9,933 %	2,167	5,863 %
18	94,142 %	1,223 %	6,480 %	2,379	14,645 %	94,249 %	1,178 %	6,548 %	2,343	8,597 %	93,467 %	1,250 %	10,179 %	2,132	9,126 %
19	94,465 %	1,216 %	6,384 %	2,362	15,915 %	94,675 %	1,174 %	6,460 %	2,363	8,264 %	93,871 %	1,218 %	8,747 %	2,139	9,221 %
20	94,746 %	1,163 %	4,363 %	2,420	18,455 %	94,886 %	1,148 %	5,024 %	2,392	9,686 %	93,996 %	1,178 %	6,655 %	2,183	12,014 %
21	95,010 %	1,155 %	4,107 %	2,415	19,174 %	95,115 %	1,133 %	4,187 %	2,407	10,166 %	94,357 %	1,162 %	5,937 %	2,160	14,046 %
22	95,238 %	1,152 %	4,003 %	2,419	19,718 %	95,317 %	1,114 %	3,134 %	2,429	10,338 %	94,591 %	1,162 %	5,992 %	2,148	14,696 %
23	95,454 %	1,152 %	4,079 %	2,401	20,617 %	95,481 %	1,114 %	3,007 %	2,478	9,138 %	95,378 %	1,162 %	5,961 %	2,269	9,465 %
24	95,653 %	1,152 %	4,144 %	2,392	21,163 %	95,651 %	1,114 %	3,036 %	2,460	10,344 %	95,722 %	1,162 %	5,913 %	2,323	7,444 %
25	95,833 %	1,152 %	4,183 %	2,391	21,580 %	95,779 %	1,096 %	2,031 %	2,478	12,816 %	95,880 %	1,162 %	5,963 %	2,308	9,122 %
26	95,999 %	1,138 %	3,607 %	2,407	22,891 %	95,866 %	1,096 %	1,955 %	2,510	12,385 %	96,110 %	1,143 %	4,920 %	2,343	12,046 %
27	96,150 %	1,130 %	3,244 %	2,444	22,756 %	95,867 %	1,096 %	1,856 %	2,511	14,665 %	96,243 %	1,123 %	3,767 %	2,370	12,425 %
28	96,295 %	1,130 %	3,179 %	2,493	21,957 %	96,018 %	1,096 %	1,875 %	2,498	15,685 %	96,384 %	1,123 %	3,721 %	2,391	11,525 %
29	96,416 %	1,123 %	2,917 %	2,496	22,893 %	96,162 %	1,096 %	1,864 %	2,512	15,172 %	96,517 %	1,121 %	3,662 %	2,388	13,890 %
30	96,541 %	1,121 %	2,836 %	2,504	23,129 %	96,281 %	1,096 %	1,881 %	2,498	15,846 %	96,642 %	1,112 %	3,115 %	2,411	13,825 %
Nbr. retenu					12	12					17				

Nbr.	Portefeuille 25					Portefeuille 26					Portefeuille 27				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	33,570 %	1,980 %	66,743 %	1,228	14,952 %	N/A					N/A				
3	63,330 %	1,485 %	34,229 %	1,530	5,993 %	N/A					N/A				
4	74,925 %	1,319 %	20,458 %	1,762	0,639 %	72,320 %	2,110 %	53,557 %	1,510	8,305 %	66,908 %	1,855 %	17,009 %	1,402	21,147 %
5	79,995 %	1,244 %	14,731 %	1,856	0,504 %	78,265 %	2,049 %	46,565 %	1,625	6,720 %	75,164 %	1,625 %	14,359 %	1,518	18,227 %
6	83,128 %	1,222 %	12,713 %	1,914	0,363 %	83,313 %	1,738 %	33,918 %	1,755	1,305 %	80,132 %	1,625 %	15,571 %	1,607	15,639 %
7	85,566 %	1,222 %	10,876 %	2,090	0,041 %	84,688 %	1,661 %	31,973 %	1,820	10,246 %	83,453 %	1,509 %	13,246 %	1,781	14,013 %
8	87,016 %	1,222 %	11,155 %	2,067	1,100 %	87,489 %	1,450 %	21,438 %	1,986	5,394 %	85,783 %	1,470 %	12,803 %	1,851	13,500 %
9	88,655 %	1,207 %	10,326 %	2,064	1,243 %	88,659 %	1,412 %	19,519 %	2,013	4,628 %	87,565 %	1,470 %	13,454 %	1,868	12,820 %
10	89,444 %	1,170 %	8,025 %	2,096	0,939 %	89,998 %	1,412 %	18,646 %	2,083	2,367 %	88,971 %	1,462 %	13,218 %	1,989	12,675 %
11	90,830 %	1,136 %	5,663 %	2,125	1,741 %	90,906 %	1,412 %	18,703 %	2,079	2,943 %	90,014 %	1,446 %	12,846 %	2,039	14,018 %
12	91,659 %	1,104 %	3,238 %	2,187	2,747 %	91,051 %	1,412 %	18,107 %	2,088	7,253 %	90,931 %	1,441 %	13,027 %	2,061	14,260 %
13	92,305 %	1,104 %	3,181 %	2,208	1,976 %	91,561 %	1,412 %	18,618 %	2,051	9,860 %	91,689 %	1,373 %	11,194 %	2,127	14,046 %
14	92,842 %	1,098 %	2,811 %	2,202	2,961 %	91,900 %	1,395 %	18,248 %	2,049	11,281 %	92,321 %	1,289 %	8,561 %	2,220	16,313 %
15	92,860 %	1,098 %	1,722 %	2,202	11,873 %	91,900 %	1,395 %	17,439 %	2,051	15,950 %	92,902 %	1,287 %	8,330 %	2,333	14,186 %
16	93,341 %	1,098 %	1,776 %	2,192	12,398 %	93,365 %	1,343 %	10,507 %	2,238	15,117 %	93,374 %	1,287 %	8,330 %	2,374	13,539 %
17	93,758 %	1,098 %	1,815 %	2,196	12,301 %	93,768 %	1,280 %	8,419 %	2,312	17,094 %	93,774 %	1,284 %	8,460 %	2,339	15,673 %
18	94,123 %	1,093 %	1,587 %	2,246	14,113 %	94,136 %	1,280 %	8,506 %	2,324	16,680 %	94,127 %	1,223 %	6,381 %	2,397	16,807 %
19	94,450 %	1,080 %	0,960 %	2,289	14,187 %	94,458 %	1,266 %	8,152 %	2,331	18,217 %	94,461 %	1,211 %	5,861 %	2,479	16,004 %
20	94,751 %	1,074 %	0,655 %	2,383	13,292 %	94,750 %	1,250 %	7,630 %	2,352	18,365 %	94,751 %	1,211 %	5,901 %	2,491	15,747 %
21	95,013 %	1,074 %	0,670 %	2,366	14,153 %	94,999 %	1,239 %	7,195 %	2,387	18,819 %	95,014 %	1,194 %	5,361 %	2,503	16,729 %
22	95,242 %	1,074 %	0,671 %	2,380	14,008 %	95,238 %	1,239 %	7,162 %	2,419	17,426 %	95,252 %	1,194 %	5,397 %	2,513	16,521 %
23	95,458 %	1,074 %	0,686 %	2,360	15,091 %	95,455 %	1,234 %	7,111 %	2,405	20,058 %	95,460 %	1,194 %	5,439 %	2,508	17,170 %
24	95,661 %	1,074 %	0,678 %	2,415	14,485 %	95,660 %	1,234 %	7,066 %	2,446	18,782 %	95,658 %	1,194 %	5,513 %	2,500	17,566 %
25	95,843 %	1,074 %	0,686 %	2,412	14,704 %	95,846 %	1,234 %	7,080 %	2,466	18,045 %	95,838 %	1,194 %	5,584 %	2,490	19,340 %
26	96,008 %	1,074 %	0,675 %	2,460	13,599 %	96,004 %	1,232 %	7,037 %	2,458	19,048 %	96,009 %	1,194 %	5,589 %	2,511	18,932 %
27	96,162 %	1,074 %	0,674 %	2,480	12,753 %	96,157 %	1,207 %	6,142 %	2,479	18,996 %	96,163 %	1,194 %	5,682 %	2,493	19,856 %
28	96,305 %	1,074 %	0,666 %	2,519	11,270 %	96,298 %	1,189 %	5,427 %	2,521	19,319 %	96,310 %	1,194 %	5,642 %	2,528	19,391 %
29	96,436 %	1,074 %	0,654 %	2,567	9,623 %	96,433 %	1,178 %	4,907 %	2,581	19,018 %	96,440 %	1,194 %	5,645 %	2,539	19,193 %
30	96,558 %	1,074 %	0,657 %	2,570	9,534 %	96,555 %	1,178 %	4,976 %	2,564	20,565 %	96,560 %	1,178 %	5,114 %	2,522	20,552 %
Nbr. retenu				13		12					16				

Nbr.	Portefeuille 28					Portefeuille 29					Portefeuille 30				
	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ	ID	σ	Level	RD	Δ
2	22,716 %	2,469 %	65,883 %	1,157	16,823 %	N/A					N/A				
3	30,857 %	2,469 %	66,848 %	1,136	32,453 %	66,588 %	2,136 %	47,217 %	1,564	0,715 %	N/A				
4	61,415 %	1,885 %	42,728 %	1,421	16,756 %	74,992 %	2,001 %	42,708 %	1,631	0,543 %	72,492 %	1,772 %	36,527 %	1,630	1,037 %
5	67,811 %	1,678 %	34,811 %	1,515	18,070 %	75,024 %	2,001 %	20,430 %	1,635	16,829 %	79,999 %	1,655 %	32,453 %	1,746	3,928 %
6	76,977 %	1,487 %	24,884 %	1,706	12,498 %	80,116 %	1,941 %	20,237 %	1,790	13,404 %	82,513 %	1,587 %	30,594 %	1,815	12,171 %
7	82,395 %	1,487 %	24,685 %	1,767	9,671 %	83,438 %	1,812 %	19,140 %	1,829	12,692 %	85,547 %	1,434 %	22,463 %	1,925	8,058 %
8	87,244 %	1,484 %	22,739 %	1,971	3,129 %	85,789 %	1,689 %	17,303 %	1,904	12,288 %	87,046 %	1,434 %	21,513 %	1,987	6,488 %
9	88,889 %	1,442 %	19,610 %	2,086	1,958 %	87,610 %	1,689 %	18,013 %	1,934	11,873 %	87,268 %	1,434 %	21,015 %	1,912	14,822 %
10	90,000 %	1,405 %	18,467 %	2,083	2,389 %	88,969 %	1,615 %	16,532 %	2,016	12,828 %	89,504 %	1,434 %	20,975 %	1,997	10,091 %
11	90,807 %	1,388 %	18,064 %	2,082	3,366 %	90,065 %	1,589 %	16,427 %	2,026	13,127 %	90,764 %	1,434 %	20,642 %	2,010	9,445 %
12	91,623 %	1,349 %	16,359 %	2,099	3,289 %	90,966 %	1,556 %	16,226 %	2,020	13,721 %	91,651 %	1,417 %	20,110 %	2,000	10,863 %
13	92,282 %	1,325 %	15,334 %	2,108	3,327 %	91,691 %	1,519 %	15,394 %	2,056	14,233 %	92,115 %	1,353 %	15,619 %	2,132	9,220 %
14	92,824 %	1,316 %	15,238 %	2,085	4,461 %	92,327 %	1,484 %	14,888 %	2,055	14,526 %	92,572 %	1,322 %	14,310 %	2,144	9,316 %
15	93,302 %	1,301 %	14,411 %	2,104	4,542 %	92,878 %	1,484 %	15,258 %	2,048	14,889 %	93,039 %	1,285 %	12,449 %	2,188	9,738 %
16	93,714 %	1,284 %	13,609 %	2,110	4,764 %	93,358 %	1,484 %	15,048 %	2,115	13,614 %	93,361 %	1,254 %	10,898 %	2,217	10,067 %
17	94,092 %	1,228 %	10,794 %	2,130	5,619 %	93,768 %	1,468 %	14,845 %	2,115	15,367 %	94,111 %	1,254 %	11,064 %	2,235	9,638 %
18	94,411 %	1,177 %	7,689 %	2,193	9,758 %	94,130 %	1,443 %	14,202 %	2,143	15,421 %	94,418 %	1,254 %	11,094 %	2,225	10,277 %
19	94,708 %	1,177 %	7,609 %	2,205	9,150 %	94,456 %	1,404 %	13,029 %	2,183	15,530 %	94,713 %	1,220 %	9,532 %	2,229	10,832 %
20	94,955 %	1,177 %	6,949 %	2,285	8,299 %	94,749 %	1,399 %	12,981 %	2,197	15,361 %	94,991 %	1,202 %	8,352 %	2,287	11,094 %
21	95,011 %	1,177 %	5,130 %	2,335	13,019 %	95,003 %	1,383 %	12,651 %	2,191	15,967 %	95,222 %	1,201 %	8,196 %	2,295	11,276 %
22	95,247 %	1,177 %	5,230 %	2,318	14,670 %	95,243 %	1,369 %	12,409 %	2,187	16,196 %	95,349 %	1,172 %	6,706 %	2,311	11,322 %
23	95,464 %	1,177 %	5,180 %	2,360	13,324 %	95,460 %	1,331 %	11,176 %	2,220	16,729 %	95,533 %	1,158 %	5,986 %	2,312	11,507 %
24	95,662 %	1,177 %	5,305 %	2,332	14,909 %	95,658 %	1,318 %	10,845 %	2,222	16,789 %	95,679 %	1,155 %	5,845 %	2,303	11,963 %
25	95,843 %	1,177 %	5,327 %	2,343	14,394 %	95,840 %	1,307 %	10,624 %	2,214	17,258 %	95,678 %	1,154 %	5,446 %	2,303	15,433 %
26	96,009 %	1,177 %	5,425 %	2,324	15,714 %	96,006 %	1,305 %	10,744 %	2,198	18,255 %	95,852 %	1,154 %	5,411 %	2,317	15,157 %
27	96,163 %	1,154 %	4,438 %	2,361	17,836 %	96,161 %	1,296 %	10,570 %	2,193	18,487 %	95,985 %	1,154 %	5,424 %	2,316	15,752 %
28	96,305 %	1,154 %	4,359 %	2,407	16,236 %	96,303 %	1,275 %	9,793 %	2,209	18,359 %	72,492 %	1,154 %	5,433 %	2,317	16,073 %
29	96,436 %	1,154 %	4,436 %	2,386	17,727 %	96,430 %	1,244 %	8,470 %	2,249	21,169 %	79,999 %	1,135 %	4,419 %	2,323	16,121 %
30	96,562 %	1,154 %	4,420 %	2,410	17,154 %	96,553 %	1,221 %	7,570 %	2,270	21,119 %	82,513 %	1,120 %	3,537 %	2,345	16,413 %
Nbr. retenu				12		16					13				

Portefeuille 4		Portefeuille 5		Portefeuille 6		Portefeuille 7		Portefeuille 8		Portefeuille 9		Portefeuille 10		Portefeuille 11		Portefeuille 12		Portefeuille 13		Portefeuille 14					
Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids				
5	7,773 %	3	7,703 %	11	9,170 %	2	7,221 %	21	8,160 %	12	7,045 %	10	8,234 %	10	8,336 %	4	3,767 %	2	7,154 %	4	4,554 %				
6	6,958 %	4	5,362 %	12	8,287 %	7	1,532 %	23	9,764 %	45	6,891 %	12	8,228 %	13	8,285 %	12	5,006 %	16	7,622 %	8	4,690 %				
7	6,010 %	9	8,566 %	15	8,338 %	8	6,921 %	27	7,329 %	49	7,151 %	13	8,477 %	18	8,365 %	18	5,156 %	22	7,289 %	14	4,659 %				
8	7,430 %	13	6,973 %	27	8,466 %	17	12,226 %	35	5,556 %	51	7,122 %	20	7,968 %	19	8,245 %	19	5,265 %	34	6,852 %	16	4,561 %				
9	10,313 %	25	6,137 %	35	9,144 %	20	6,888 %	50	8,626 %	54	7,277 %	22	8,274 %	23	8,312 %	24	4,838 %	35	9,646 %	20	4,375 %				
12	7,654 %	32	5,518 %	50	8,223 %	25	4,585 %	51	7,941 %	58	7,109 %	25	7,405 %	38	8,288 %	31	5,101 %	46	6,853 %	23	4,555 %				
20	7,312 %	51	6,912 %	66	8,628 %	32	0,196 %	57	8,106 %	60	6,841 %	35	10,187 %	41	8,312 %	34	4,948 %	51	7,405 %	24	4,606 %				
28	7,265 %	56	7,179 %	69	8,168 %	42	6,490 %	62	6,853 %	61	7,134 %	38	8,985 %	56	8,316 %	53	3,951 %	52	7,162 %	25	4,305 %				
31	7,618 %	60	6,520 %	73	8,439 %	50	6,545 %	72	8,338 %	62	7,765 %	53	6,711 %	65	8,435 %	56	5,365 %	58	7,231 %	30	4,159 %				
35	10,054 %	62	7,819 %	80	8,273 %	54	8,908 %	77	8,461 %	64	6,844 %	54	8,563 %	69	8,324 %	66	5,603 %	61	7,552 %	38	4,510 %				
43	8,188 %	63	8,152 %	89	8,618 %	57	7,543 %	81	7,893 %	74	7,012 %	64	7,868 %	90	0,282 %	70	2,631 %	62	8,722 %	44	4,428 %				
77	7,375 %	71	4,928 %	92	6,244 %	60	6,486 %	97	8,465 %	77	6,962 %	86	9,099 %	92	8,331 %	71	3,429 %	65	7,615 %	52	4,418 %				
91	6,050 %	75	6,371 %	Σ	100 %	63	15,497 %	99	4,509 %	91	6,412 %	Σ	100 %	99	8,167 %	72	4,837 %	74	7,089 %	53	4,261 %				
Σ	100 %	85	8,609 %	Portefeuille 15		72	6,905 %	Σ	100 %	99	8,436 %			Σ	100 %	78	5,049 %	92	1,809 %	57	4,381 %				
		92	3,251 %	5	7,488 %	91	2,056 %	Portefeuille 16		Σ	100 %							80	5,033 %	Σ	100 %	61	4,359 %		
		Σ	100 %	7	4,968 %	Σ	100 %	3	7,981 %									81	5,352 %			70	4,575 %		
				17	8,906 %			11	8,313 %									95	5,156 %			76	4,709 %		
				34	6,655 %			14	7,586 %									96	7,208 %			77	4,562 %		
				36	5,798 %			19	7,711 %									99	6,920 %			78	4,721 %		
				45	6,521 %			25	7,257 %									100	5,385 %			85	4,793 %		
				50	6,807 %			29	7,679 %									Σ	100 %			89	4,698 %		
				54	7,706 %			36	7,331 %													90	0,476 %		
				67	7,281 %			39	7,561 %													95	4,647 %		
				72	6,829 %			40	7,748 %													Σ	100 %		
				87	6,632 %			43	7,871 %																
				88	4,258 %			51	7,649 %																
				92	0,010 %			56	7,799 %																
				98	8,159 %			57	7,513 %																
				99	11,982 %			Σ	100 %																
								Σ	100 %																
Portefeuille 17		Portefeuille 18		Portefeuille 19		Portefeuille 20		Portefeuille 21		Portefeuille 22		Portefeuille 23		Portefeuille 24		Portefeuille 25		Portefeuille 26		Portefeuille 27					

Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids	Code	Poids						
3	6,754 %	7	0,866 %	13	4,788 %	2	5,339 %	2	3,909 %	2	8,387 %	2	8,696 %	14	5,680 %	5	7,594 %	5	8,873 %	2	6,755 %						
16	6,176 %	8	4,801 %	18	4,586 %	15	5,311 %	6	3,271 %	12	8,281 %	11	7,381 %	24	5,489 %	13	7,661 %	8	7,471 %	10	6,666 %						
29	6,052 %	9	12,654 %	20	3,995 %	28	5,279 %	7	2,729 %	24	8,316 %	12	8,475 %	30	2,673 %	15	7,658 %	27	10,216 %	28	6,684 %						
32	4,929 %	12	5,470 %	25	3,154 %	30	4,926 %	9	6,210 %	29	8,322 %	29	8,462 %	35	11,388 %	17	7,894 %	32	1,809 %	31	6,726 %						
36	5,404 %	13	6,349 %	34	3,990 %	39	5,449 %	14	3,692 %	34	8,348 %	32	9,514 %	37	5,720 %	28	7,567 %	37	7,146 %	34	6,753 %						
50	5,886 %	14	4,409 %	39	3,467 %	40	5,246 %	16	4,195 %	36	8,184 %	51	8,407 %	45	5,388 %	31	7,661 %	44	8,844 %	38	6,602 %						
54	6,248 %	26	5,486 %	41	3,744 %	41	5,129 %	20	3,546 %	45	8,313 %	61	8,214 %	46	5,518 %	45	7,555 %	57	7,939 %	57	6,546 %						
56	6,286 %	27	7,191 %	54	4,914 %	43	5,351 %	25	2,992 %	63	8,525 %	63	7,578 %	52	6,260 %	46	7,579 %	61	9,347 %	60	6,566 %						
70	3,635 %	28	4,384 %	56	5,114 %	48	5,210 %	27	4,257 %	67	8,273 %	75	8,807 %	53	2,737 %	59	7,612 %	68	7,928 %	64	6,575 %						
76	5,843 %	36	2,526 %	58	4,459 %	49	5,299 %	28	3,633 %	82	8,381 %	81	8,430 %	64	5,624 %	63	8,085 %	79	9,966 %	70	6,700 %						
79	6,292 %	43	6,862 %	64	3,856 %	52	5,129 %	30	2,206 %	88	8,166 %	91	9,245 %	70	0,010 %	77	7,569 %	84	9,355 %	72	6,539 %						
83	6,379 %	45	4,063 %	65	4,927 %	55	5,343 %	34	3,702 %	96	8,504 %	99	6,791 %	72	5,791 %	89	7,822 %	86	11,104 %	75	6,599 %						
88	4,885 %	47	0,821 %	68	4,284 %	57	5,087 %	35	5,846 %	Σ	100 %	Σ	100 %	80	6,330 %	100	7,744 %	Σ	100 %	86	6,791 %						
92	3,010 %	50	4,522 %	69	3,959 %	62	5,405 %	42	3,750 %	Portefeuille 29				82	8,933 %	Σ	100 %					90	0,321 %				
96	8,028 %	57	5,184 %	70	0,010 %	64	5,202 %	45	3,532 %	4	6,650 %					84	7,210 %					Portefeuille 30		91	6,676 %		
98	6,433 %	59	4,855 %	72	3,976 %	70	5,244 %	46	3,640 %	10	6,704 %					98	7,777 %					3	9,821 %	96	6,500 %		
99	7,760 %	60	4,373 %	75	3,510 %	80	5,204 %	49	4,055 %	22	6,752 %					100	7,471 %					6	6,428 %	Σ	100 %		
Σ	100 %	67	5,586 %	76	3,955 %	86	5,416 %	50	3,718 %	23	6,686 %					Σ	100 %					10	7,475 %				
Portefeuille 28		72	4,671 %	77	4,105 %	90	0,325 %	53	2,306 %	25	6,570 %									19	8,315 %						
14	8,626 %	74	4,925 %	81	4,953 %	94	5,108 %	59	3,809 %	33	6,719 %									23	4,983 %						
17	8,143 %	Σ	100 %	83	5,286 %	Σ	100 %	69	3,614 %	40	6,709 %									29	7,735 %						
22	8,480 %			87	3,799 %			70	0,389 %	44	6,609 %									43	8,374 %						
32	9,097 %			88	1,829 %			74	3,782 %	60	6,612 %									60	6,842 %						
35	7,676 %			96	9,341 %			84	4,285 %	64	6,580 %									61	8,033 %						
37	8,555 %			Σ	100 %			88	2,268 %	69	6,680 %									72	6,998 %						
40	8,366 %							93	3,577 %	71	6,687 %									77	7,086 %						
58	8,569 %							96	7,088 %	83	6,734 %									86	9,100 %						
60	8,510 %							Σ	100 %	90	0,194 %									89	8,811 %						
71	9,316 %									94	6,584 %									Σ	100 %						
94	7,551 %									96	6,532 %																
96	7,111 %									Σ	100 %																
Σ	100 %																										